ПОИСК ОБЩИХ ПРИНЦИПОВ ФОРМАЛИЗАЦИИ В ТЕОРЕТИЧЕСКИХ И ПРИКЛАДНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Петр Василик, Александр Провотар

Аннотация*: Обсуждается подход к формализации в различных предметных областях, сопровождающийся использованием качественно отличных логик на разных уровнях дискретизации процессов .*

Ключевые слова: *множества, противоречия, нейронные сети, обучение нейронных сетей, формализация.*

ACM Classification Keywords*: F.1.1 Models of Computation – neural networks, C.1.3 Other Architecture Styles – Neural Nets.*

Введение

В статье затрагивается вопрос о том, почему формальные модели, используемые при решении различных задач, в одних случаях работают безупречно (получаем ожидаемый результат), в других – приводят к сложным, иногда даже противоречивым выводам. Ответ на этот вопрос (по мнению авторов) нужно искать не в точности (адекватности) моделей, а в ограничениях, которые накладывает дискретный характер происходящих в пространстве и времени процессов (событий). Речь идет о том, что переход от одного дискретного состояния объекта (процесса) к другому зачастую приводит к количественным и качественным изменениям самого объекта (процесса). Это означает, что методы изучения такого процесса на разных уровнях дискретизации должны быть различными. Так как в основе разных методов изучения лежит логический подход, то понятно, что качественно различные дискретные уровни должны обслуживать так называемые качественные логики или логики разных уровней дискретности. По сути, такие логики должны отличаться одна от другой хотя бы тем, что должны существовать утверждения истинные в одной логике и ложные в другой. Исследование объектов при таком подходе осуществляется с помощью логики соответствующего уровня дискретности, которая должна быть построена и верифицирована. Применение же других логик в этом случае может быть причиной появления различных противоречивых утверждений (парадоксов), которые оказывают негативное влияние на процессы познания объектов.

Дальнейшее изложение посвящено аргументации предложенного тезиса. При этом используются на первый взгляд совершенно различные предметные области, которые при более глубоком рассмотрении имеют достаточно общего с точки зрения изложенного выше. Другими словами, возникновение парадоксов и проблем неполноты в рассматриваемых областях (соответственно неадекватности) связано именно с попытками использования логик одного качественного уровня для исследования объектов другого качественного уровня.

Множества и присущие им противоречия

Исследованию парадоксов теории множеств посвящено огромное количество работ. Вместе с тем о причинах их возникновения если и говорится, то очень туманно. Наиболее известные из них – объяснения на основе понятий актуальной и потенциальной бесконечности. Последние понятия сами требуют аккуратных и точных определений, которые вряд ли можно сформулировать однозначно (или формально).

Почему же они (противоречия) возникают? Рассмотрим простой пример. Ограничимся только конечными множествами. Мощность такого множества, как известно, это количество элементов в нем. Если множества A и B не пересекаются, то справедливо следующее соотношение:

$$|A \cup B| = |A| \cup |B|.$$

Если одно из этих множеств (например A) счетное, то соотношение будет иметь вид:

$$|A \cup B| = |A|.$$

Следовательно, утверждение “мощность сумы множеств равна суме мощностей этих множеств” справедливо только в случае конечних множеств. Здесь имеет место сформулированный выше тезис, предполагающий построение новой логики (в даном случае логики операций над множествами) при переходе к бесконечным множествам, которые являються объектами нового качества.

В соответствии с [Василик, 2008] рассмотрим диагональную процедуру Кантора [Кантор, 1985], которая используется при доказательстве некоторых теорем математической логики и теории вычислений. Например, для доказательства несчетности множества всех подмножеств множества натуральных чисел (теорема Кантора) делается предположение о существовании биекции $f{:}N \to 2^N$. После этого строится множество A, которое определяется соотношением $x \in A \Leftrightarrow x \notin f(x)$. Так как $f(x)$ – биекция, то $f(m)=A$ для некоторого m. Но в таком случае приходим к противоречию $m \in f(m) \Leftrightarrow m \notin f(m)$, которое (по мнению Кантора) вызвано предположением о существовании биекции, а, следовательно, доказывает теорему.

На самом деле все происходит иначе. Построение множества A будет корректным только в случае определенности множества $f(x)$. Но при $x=m$ множество $f(m)=A$ будет неопределенным. Это означает, что относительно элемента m не можно дать ответ на вопрос $m \in A$ или $m \notin A$. Так как справедливыми будут следующие импликации $m \in A \Rightarrow m \notin f(m)= A$, $m \notin A \Rightarrow m \notin A$.

Более глубокий анализ приведенного выше доказательства позволяет сделать вывод о том, что соотношение, определяющее множество A противоречит предположению о биективности отображения f. В самом деле, если $A=f(m)$, то при условии $m \notin A$ соотношение будет определять также и множество $A \cup \{m\}$, а при условии $m \in A$ – также и множество $A \backslash \{m\}$. Поэтому отображение f не только не является биективным, но даже не является функцией.

Направшивается следующий вывод. В случае конечных множеств теорема Кантора справедлива. При переходе к бесконечным множествам предложенное доказательство не представляется корректным. Это значит, что в этом случае (даже если утверждение справедливо) для его доказательства нужно использовать логику другого качества, которая оперирует, соответственно, объектами другого качества.

Еще один пример использования диагональной процедуры Кантора доказательства существования всюду определенной одноместной функции, которая не принадлежит множеству $\mathfrak{F}$ всюду определенных одноместных функций (при условии существования универсальной функции для $\mathfrak{F}$) [Мальцев, 1965], тоже приводит к противоречию. А именно, введение новой функции $g(x)=F(x,x)+1$, где F – универсальная для класса $\mathfrak{F}$, означает, что значение функции g в произвольной точке x можно вычислить как значение выражения $F(x,x)+1$. Предположение о том, что g принадлежит классу $\mathfrak{F}$ означает, что $g(x)=F(i,x)$ для некоторого i. В этом случае получаем противоречие $F(i,i)=F(i,i)+1$, которое (как утверждается) доказывает, что функция g не принадлежит классу $\mathfrak{F}$.

На самом деле противоречие возникает из-за некорректного (противоречивого) определения функции g. Кроме того, возникшее противоречие вовсе не доказывает, что функция g не принадлежит классу $\mathfrak{F}$.

Действительно, мы имеем два определения функции g. В соответствии с первым $g(i)=F(i,i)$, в соответствии с другим – $g(i)=F(i,i)+1$. Таким образом, функция g в точке i имеет два значения, следовательно, не является функцией. Более того, возникшее противоречие означает, что мы не можем определять функцию g соотношением $g(x)=F(x,x)+1$ при условии, что F – универсальная для класса $\mathfrak{I}$ функция. Но только не то, что функция g не принадлежит классу $\mathfrak{I}$. В этом случае причина некоррекности доказательства лежит снова в плоскости произвольного использования качественно разных логик.

Аналогичные ситуации возникают и случае рассмотрения алгоритмических систем и даже знаменитой теоремы Геделя о неполноте [Антипенко, 1986].

Общий вывод таков: рассмотренные выше примеры показывают, что уровень формализации логик бесконечных объектов не достиг уровня формализации логик конечных объектов. Использование же не достаточно обоснованных формализаций приводит, как мы видели, к противоречивым построениям. Поэтому проблема в этом случае состоит в построение логики бесконечных объектов, а, следовательно, сводится к проблеме неполноты теоретических построений [Василик, 2006].

Системы искусственного интеллекта и присущая им неполнота

Здесь будут рассматриваться экспертные диагностические системы ГОМЕОПАТ разных версий, в создании которых авторы принимали непосредственное участие [Провотар, 2000]. Одна из особенностей таких систем состоит в том, что они при постановке диагноза явно приближаются к процессу постановки диагноза человеком.

Процесс имеет две стадии:

1) ограничение пространства диагностирования путем выбора правдоподобных гипотез заболевания (в медицинской литературе это известно как "дифференциальная модель диагностики");

2) применение стратегии диагностики для идентификации заболеваний, которые наиболее полно соответствуют симптомам.

Одна из версий таких систем сначала идентифицирует набор заболеваний, которые характеризуются некоторыми или всеми симптомами, которые есть у пациента. После этого определяет в этом наборе заболевания, которые наилучшим образом соответствуют обнаруженным симптомам. Дальше осуществляется поиск заболеваний, которым отвечают нерассмотренные симптомы и процесс повторяется до тех пор, пока не останется ни одного нерассмотренного симптома.

На первой фазе консультации в систему вводятся как позитивные, так и возможные негативные показания. Каждый позитивный симптом вызывает те узлы дерева заболеваний, которые имеют с ним связи, включая не только терминальные сущности заболеваний, а и узлы более высокого уровня, которые задают категории болезней.

В результате введения начальных симптомов и данных относительно

а) симптомов, которые не имеют отношения к данному заболеванию

б) симптомов, связанных с данным заболеванием

в) симптомов, которые должны быть обнаруженными, при условии правильности диагноза, но не были зарегистрированными

г) симптомов, не обнаруженных у пациента порождается "модель заболевания" для каждого вызванного узла.

В соответствии с особенностями этих моделей система начинает с того, что формирует свой первый дифференциальный диагноз. Набор альтернативных моделей исследуется на другой стадии - принятия заключительного решения.

Процесс принятия решения зависит от числа альтернативных заболеваний. Если количество болезней-кандидатов превышает некоторую фиксированную границу, то применяется стратегия ИСКЛЮЧЕНИЯ, в соответствии с которой задаются вопросы с четко определенным заболеванием. Если нужный симптом отсутствует, то такое заболевание исключается из списка. Для выбора одной болезни из болезней-кандидатов применяется стратегия ДИСКРИМИНАЦИИ.

Как только появляется новая информация, все модели заболеваний переоцениваются и конструируется новая дифференциальная модель диагностики. Такой процесс проходит ряд итераций до тех пор, пока одно или несколько заболеваний не подтвердится. В этом случае все симптомы помечаются как "объясненные", а все заболевания, которые имеют каузальные отношения с данными заболеваниями, начинают анализироваться.

В результате этой процедуры система может у одного пациента найти несколько заболеваний. Это существенный шаг вперед, поскольку традиционные диагностические системы выходят из предположения о наличии одной болезни.

Таким образом, система действует в соответствии со стратегией конструирования, которую применяет врач-клиницист и последующей проверкой дифференциального диагноза. Такая модель диагноза включает двухступенчатую процедуру, которая сводится к тому, что сначала выдвигаются гипотезы заболевания на основе введения данных о пациенте (процесс "снизу вверх"), а потом осуществляется их оценка с помощью дополнительных симптомов обнаруженных заболеваний (процесс "сверху вниз").

В другой версии системы диагностирование сводится к задаче выбора "наиболее подходящих" объектов из некоторого множества по заданным характеристикам этих объектов с применением элементов теории нечетких множеств.

Как известно, понятие нечеткого множества было введено Л. Заде в работе [Zadeh, 1965]. Принадлежность некоторого элемента такому множеству определяется любым числом единичного интервала [0;1], в отличие от обычных множеств, где элемент либо принадлежит множеству, либо нет. Теория нечетких множеств нашла применение в различных областях компьютерных наук, в частности, в теории представления знаний, методах идентификации и распознавания образов, теории принятия решений (в связи с тем, что не всегда можно точно определить принадлежность объекта некоторому классу или точно сформулировать его свойство), теории оптимизации и др. Теория нечетких множеств дала возможность формализовать неточные и интуитивные утверждения, что оказалось очень полезным при разработке фундаментальных принципов искусственного интеллекта.

Задача выбора "наиболее подходящего" объекта (или объектов) из некоторого множества объектов по заданным характеристикам этих объектов путем построения уровневых множеств и степеней принадлежности для используемых первичных нечетких подмножеств формально описывается следующим образом.

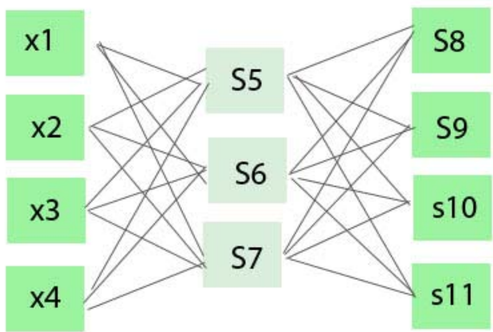
Пусть имеется некоторое множество объектов $X = \{X_1, X_2, \ldots, X_k\}$ и некоторое множество их характеристик $C = \{C_1, C_2, \ldots, C_n\}$, причем между этими множествами существует отношение $(\infty : \infty)$, т.е. каждый элемент множества X может иметь несколько характеристик, а так же один и тот же элемент множества C может является характеристикой сразу нескольких объектов. При этом если элементу X_i соответствует элемент C_j то говорим, что объект X_i имеет характеристику C_j.

Задача заключается в том, чтобы по наперед заданным характеристикам определить наиболее подходящий объект (или несколько объектов) с максимальной степенью принадлежности множеству *X*. Для определения "оптимального" множества объектов используются нечеткие множества [Дудка, 2001].

Удобным инструментом для представления информационных моделей являются нейронные сети (НС). В общем случае, сеть принимает некоторый входной сигнал из внешнего мира, и пропускает его через себя с преобразованиями в каждом нейроне. Таким образом, в процессе прохождения сигнала по связям сети происходит его обработка, результатом которой является определенный выходной сигнал.

Для проектирования нейронной сети в одной из версий системы ГОМЕОПАТ была выбрана наиболее распространенная структура нейронных сетей - многослойная. Эта структура подразумевает что каждый нейрон произвольного слоя связан со всеми выходами (аксонами) нейронов предыдущего слоя или со всеми входами НС в случае первого слоя. Другими словами сеть имеет следующую структуру слоев: входной, промежуточный (скрытый) и выходной. Такие нейронные сети также называют полносвязными [Катеринич, 2007].

Для решения задачи диагностирования использовалась НС следующей архитектуры.



Задача обучения МНС в классическом виде представлялась так. Пусть задана некоторая последовательность *x** входных данных. Необходимо найти такое решение *x*, при котором можно классифицировать вновь представленные входные данные. Критерий *R*(*x*,*x**) определяет качество решения. Множество решений *x* определяется выбором алгоритма настройки весовых коэффициентов $w_i^{(a)}$. При такой постановки задачи, процесс обучения сводится к получению наилучшего решения из множества возможных. Другими словами, обучение МНС – это процесс накопление информации *x** и параллельно процесс выбора решения *x*.

НС системы использует алгоритм обратного распространения суть которого заключается в распространении сигналов ошибки от выходов НС к ее входам, в направлении, обратном прямому распространению сигналов в обычном режиме работы (режим распознавания). Другими словами используя технологии последовательной настройки нейронов, начиная с последнего, выходного слоя, и заканчивая настройкой элементов первого слоя. Обучение НС может быть проведено необходимое число раз. Для обучения используется так называемое δ-правило, которое заключается в реализации стратегии обучения «с учителем». Ошибка обучения вычисляется по следующей формуле $\delta = y^* - y$ в алгоритме градиентного спуска (весовой коэффициент) $w_i(k+1) = w_i(k) - \gamma\delta x_i$, $\gamma > 0$, где γ - коэффициент «усиления алгоритма», x_i - *i*-й вход синаптической связи нейрона, *y** - необходимый выход нейрона, *y* – реальный выход.

Рассмотренные выше примеры разных версий системы ГОМЕОПАТ, использующие различные модели диагностирования, в большинстве случаев дают достаточно приближенную картину диагноза пациента.

По-видимому, проблема состоит в том, что используемые информационные модели не учитывают каких то важных показателей (факторов), которые влияют на целостную картину постановки дифференциального диагноза и, следовательно, используемая формальная (информационная) модель не полная. Скорее всего, и это подтверждается многочисленными исследованиями последних лет, необходимо учитывать так называемые “внешние факторы” или внешние воздействия на биологический объект полевых структур разной природы.

Формализуемое и не формализуемое в вычислительных задачах

Общеизвестно, что при решении задач из различных областей человеческой деятельности используется (как правило) некоторый язык, позволяющий формализовать исходную постановку задачи (построить формальную модель) с целью возможного применения формальных методов (если таковые существуют) самого языка для решения поставленной задачи. Таким образом, процесс формализации в данном случае сводится к описанию проблемы (задачи) на некотором формальном языке. Хорошо если этот формальный язык – язык математики, а, следовательно, обладающий развитыми методами решения формализованных задач. В этом случае, обычно, говорят о полной формализации проблемы. Если формальный язык не являеся языком математики – говорят о неполной или частичной формализации проблемы. При этом не исключается существование другого формального язика, с помощью которого достигается полная или частичная формализация проблеми. Впрочем, возможны ситуации, когда не удается получить формальную модель проблемы. Если такие модели в принципе существуют, то проблема является полностью или частично формализованной. В противном случае говорят о не формализованных предметных областях, т. е. о таких областях, где существуют не формализованные проблемы.

В [Провотар, 2008] предлагается так называемый алгоритмический подход, позволяющий в некотором смысле упорядочить наше представление о формализации. Следствием этого подхода является возможность классифицировать проблемы на допускающие формализацию, слабо формализуемые и неформализуемые.

Актуальность затрагиваемых вопросов состоит в том, что используя предлагаемый подход в каждом конретном случае, можно дать ответы на вопросы о возможности точного решения задачи на компьютере, приближенного решения задачи с использованием компьютера или невозможности получения ни точного, ни приближенного решения. Они тесным образом связаны с проблемами формальной проверки правильности доказательств в математике и корректности (следовательно, надежности) програмного обеспечения, основанных на формальных методах проверки непротиворечивости математических же алгоритмов, лежащих в основе функционирования программ.

Особенности формализуемых моделей согласно [Провотар, 2008] состоят в следующем. Во-первых, в каждой из них можно решить проблему разрешимости. Во-вторых, решение этой проблемы фактически осуществляется построением алгоритмов. В-третьих, каждый из этих алгоритмов обеспечивает точное решение проблемы разрешимости с использованием компьютера.

Для слабо формализованных задач характерно следующее. Во-первых, их решение на соответствующих формальных моделях достигается. Во-вторых, решение проблем фактически осуществляется построением алгоритмов. В-третьих, каждый из алгоритмов обеспечивает приближенное, но приемлемое решение соответствующей проблемы с использованием компьютера.

Наконец, отметим особенности не формализуемых проблем. Во-первых, решение поставленных задач на имеющихся формальных моделях получить не удается. Во-вторых, попытка решение проблем сводится фактически к построению алгоритмов и формальных моделей входных и выходных данных.

Из вышеизложенного следует, что в качестве языка формализации проблем можно использовать произвольный язык (например, язык математики). Такой язык должен иметь развитые средства для описания дескриптивных (входные и выходные данные) и императивных данных (алгоритм решения проблемы). Такая характеристика языка очень напоминает описание языка программирования (разница только в том, что современные языки программирования не содержат необходимых средств описания дескриптивных данных). Поэтому, формализация проблемы означает использование точных формальных моделей для дескриптивной и императивной частей проблемы. Другими словами, это программа на некотором языке с формализованным синтаксисом и, желательно, семантикой. В этой связи напомним, что логика высказываний является полностью формализованной. Для логики предикатов [Мендельсон, 1976] с помощью современных подходов формализуется только множество тождественно истинных предложений. Для арифметики множество истинных предложений, так же как и его дополнение – не формализуются.

Заключение

Рассмотренные выше примеры позволяют сделать предположение о том, что всякие количественные усложнения в постановках проблем могут привести к новым задачам, но методы (логика) решения этих задач будут оставаться прежними. Поэтому решение задач такого рода позволяет лишь усовершенствовать существующие походы и методы. Переход к качественно новым задачам требует в первую очередь разработки совершенно новых подходов и методов. Использование же существующих не может быть приемлемым по причинам, которые обсуждались выше.

Библиография

[Василик, 2008] Василик П.В., Провотар А.И. О паралогичности некоторых логических построений //КИСА. 2008. - №3. - С. 180-186.

[Кантор, 1985] Кантор Г. Труды по теории множеств. - М.: Наука, 1985. - 430с.

[Мальцев, 1965] Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. - М.: Наука, 1965. - 392с.

[Антипенко, 1986] Антипенко Л.Г. Проблема неполноты теории и ее гносеологическое значение. - М.: Наука, 1986. - 224 с.

[Василик, 2006] Василик П.В., Провотар А.И. К проблеме неполноты теоретических построений (на примере формализации некоторых задач естествознания). // КИСА. - 2006. - №4. - С. 145-150.

[Провотар, 2000] Провотар А.И., Дудка Т.Н., Гошко Б.М. Применение метода резолюций на семантических сетях //Проблемы программирования. –2000. –№ 1–2.

[Zadeh, 1965] Zadeh L. A. Fuzzy sets. Information and Control. 8(3):338–353, 1965.

[Катеринич, 2007] Л.Катеринич, А.Провотар. Диагностирование на нейрон-ных сетях в системе Гомеопат // XIII-th International Conference: Knowledge Dialogue Solution. - Sofia, 2007. - V1. - P.64-68.

[Провотар, 2008] А.И. Провотар. Формализация: алгоритмический подход. //Проблемы программирования. – 2008.

[Мендельсон, 1976] Мендельсон Э. Введение в математическую логику. – М.: Наука, 1976. –320 с.

[Дудка, 2001] ДудкаТ.Н., Провотар А.И. Применение нечетких множеств и уровневых чисел для решения задачи выбора //Проблемы программирования. – 2001.– №1. – С.21-26.

Информация об авторах

Василик Петр Васильович – *доктор биологических наук, ведущий научный сотрудник Института Кибернетики имени В.М. Глушкова, aprowata@unicyb.kiev.ua*

Провотар Александр Иванович – *доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедру информационных систем факультета кибернетики Киевского национального университета имени Тараса Шевченка, aprowata@unicyb.kiev.ua*