

КООПЕРАТИВНЫЕ МОДЕЛЕ-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ МЕТАЭВРИСТИКИ ДЛЯ ЗАДАЧ КОМБИНАТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Леонид Гуляницкий, Сергей Сиренко

Аннотация: *Предлагается методология построения кооперативных метаэвристических методов решения задач комбинаторной оптимизации на основе модели-ориентированных алгоритмов. Ее особенностью является решение задачи путем поиска (оптимизации) в пространстве моделей, который проводится на основе частных моделей, сформированных базовыми (составными) алгоритмами. Описана схема таких методов, разработана кооперативная метаэвристика на основе алгоритмов оптимизации муравьиными колониями, проведено исследование эффективности предлагаемой методологии на основе анализов результатов вычислительного эксперимента.*

Ключевые слова: *комбинаторная оптимизация, модели-ориентированные методы, кооперативные метаэвристики, оптимизация муравьиными колониями.*

ACM Classification Keywords: *G.1.6 [Numerical Analysis] Optimization, I.2.8 [Artificial Intelligence]: Problem Solving, Control Methods, and Search – Heuristic methods, General Terms: Algorithms.*

Conference: *The paper is selected from XVth International Conference "Knowledge-Dialogue-Solution" KDS-2 2009, Kyiv, Ukraine, October, 2009.*

Введение

Среди прикладных методов решения задач комбинаторной оптимизации (ЗКО) в последнее время формируется класс модели-ориентированных (model-based) алгоритмов – в отличие от большинства традиционных алгоритмов, которые относят к классу задаче-ориентированных (instance-based) [Zlochin et al., 2004]. Задаче-ориентированные алгоритмы генерируют новые варианты решений только на основе одного или нескольких текущих вариантов решений. К числу таких методов относятся генетические алгоритмы, повторяемый локальный поиск и другие [Hoos and Stützle, 2005]. В модели-ориентированных методах варианты решений генерируются с использованием параметризированной вероятностной модели, которая обновляется на основе ранее рассмотренных вариантов решений так, чтобы поиск концентрировался в областях с вариантами решений „высокого качества” [Zlochin et al., 2004]. Как отмечено в [Dorigo and Blum, 2005], в модели-ориентированном алгоритме происходит оптимизация параметров и/или структуры модели, т.е. вместо исходной ЗКО решается задача непрерывной оптимизации в пространстве параметров модели используемой этим алгоритмом. Широко известными модели-ориентированными методами являются алгоритмы оптимизации муравьиными колониями (ОМК) [Dorigo and Stützle, 2004], метод кросс-энтропии [Rubinstein and Kroese, 2004] и метод вычисления оценки распределения [Larrañaga and Lozano, 2002].

Другой активно используемой технологией построения современных алгоритмов решения ЗКО является гибридизация высокоуровневых алгоритмов – метаэвристик [Raidl, 2006]. С точки зрения стратегии управления различают интегративные и кооперативные схемы [Cotta, 1998]. Наше внимание будет сосредоточено на втором типе схем, в которых составные алгоритмы обладают высокой степенью автономности, образуя на нижнем уровне нечто вроде асинхронных групп [Taludar et al., 2003].

В работе предлагается и исследуется методология построения кооперативных метаэвристик на основе модели-ориентированных алгоритмов [Гуляницкий, 2009]. Особенностью предлагаемого подхода к построению кооперативных методов решения ЗКО является наличие управляющего алгоритма агрегирования (оптимизации) частных моделей, сформированных базовыми (составными) алгоритмами. В следующем разделе описана общая схема таких методов, далее излагаются детали разработанной

кооперативной метаэвристики на основе алгоритмов ОМК. Результаты и обсуждение проведенного исследования эффективности предлагаемой методологии на основе вычислительного эксперимента приведены в предпоследнем разделе. Заключение и описание направлений дальнейшего исследования завершает работу.

Под ЗКО мы будем понимать задачу минимизации заданной целевой функции на локально-конечном пространстве вариантов решения, состоящим из комбинаторных объектов [Гуляницкий, 2008].

Построение кооперативных гибридных метаэвристик

Рассмотрим проблему построения гибридных кооперативных метаэвристик, которые базируются не на одном, а на нескольких модели-ориентированных алгоритмах; пусть K – число таких алгоритмов, которые назовем базовыми. Будем считать, что каждый такой алгоритм оперирует со своей моделью $M_k, k = 1, \dots, K$, а в результате их деятельности формируется один или несколько вариантов решения.

Рассмотрим одну из возможных реализаций. Предположим, что работа алгоритмов может осуществляться асинхронно, а их взаимодействие на итерации h происходит путем формирования вышестоящей процедурой агрегированной модели (метамодели) M^{h+1} как с учетом отдельных моделей M_1^h, \dots, M_K^h и сформированной на предыдущей итерации модели M^h , так и, возможно, сгенерированных алгоритмами решений. Таким образом, кооперативная метаэвристика оперирует несколькими моделями и осуществляет оптимизацию в пространстве моделей, с целью предоставления возможности базовым алгоритмам (или некоторым из них) генерировать наилучшие решения ЗКО.

```

procedure БазовыйАлгоритм (  $k, M$  )
  Инициализация;
  while (не завершена работа) do
    ГенерированиеВариантовРешения (  $M_k, M$  );
    ОбновлениеМодели (  $M_k$  );
  end while
  return НаилучшееНайденноеРешение;
end procedure

procedure УправляющаяМетаэвристика ( )
  Инициализация;
  for  $k := 1$  to  $K$  do
    Запустить (БазовыйАлгоритм (  $k, M^1$  ) );
   $h := 1$ ;
  while (не выполняется условие завершения) do
    if (выполняется условие обмена) then
      for  $k := 1$  to  $K$  do
         $M_k^h :=$  ПолучитьМодель (  $M_k$  );
      end for
       $M^{h+1} :=$  СформироватьМодель (  $M^h, M_1^h, \dots, M_K^h$  );
      for  $k := 1$  to  $K$  do
        РазослатьМодель (  $k, M^{h+1}$  );
      end for
       $h := h + 1$ ;
    end if
  end while
  ЗавершитьРаботуАлгоритмов ( );
  return НаилучшиеНайденныеРешения;
end procedure

```

Рис. 1 Схема гибридной кооперативной модели-ориентированной метаэвристики

Предлагается методология создания метаэвристических алгоритмов решения ЗКО, общая схема которых состоит из этапов, представленных на Рис. 1. Здесь для простоты изложения при формировании агрегированной модели (метамоделей) не отражен явно фактор учета решений, сгенерированных базовыми алгоритмами.

Опишем ключевые этапы кооперативного алгоритма. После этапа инициализации осуществляется запуск всех базовых алгоритмов, каждый из которых итерационно и независимо генерирует решения и обновляет свою собственную модель. При выполнении условий обмена, текущие модели базовых алгоритмов (и, возможно, найденные ими варианты решений) используются для формирования новой агрегированной модели (метамоделей). При этом может также использоваться агрегированная модель с предыдущей итерации обмена, а сам процесс формирования может быть представлен в виде оптимизационной проблемы поиска наилучшего элемента в пространстве моделей. После этого агрегированная модель рассылается базовым алгоритмам, где может, как использоваться в сочетании с их собственной моделью, так и заместить ее полностью. При выполнении условий завершения работы кооперативная метаэвристика возвращает один или несколько наилучших из найденных базовыми алгоритмами вариантов решения.

В качестве базовых алгоритмов могут выступать отдельные экземпляры одного алгоритма, в этом случае схема называется гомогенной. Экземпляры алгоритмов могут иметь различные значения параметров. В случае гетерогенной схемы (когда базовые алгоритмы не основываются на одном алгоритме/методе), модели базовых алгоритмов должны быть согласованы, т.е. должен существовать способ преобразования значений параметров и/или структур моделей между собой.

Управляющая метаэвристика может формировать на одной итерации не одну, а сразу несколько разных агрегированных моделей (метамоделей). Это целесообразно как в случае гетерогенной схемы, когда базовые алгоритмы могут использовать модели разной структуры, так и когда требуется исследовать несколько различных моделей одним алгоритмом.

При использовании данной методологии необходимо определить:

1. тип(ы) базовых модели-ориентированных алгоритмов;
2. способ использования базовыми алгоритмами агрегированной модели (метамоделей);
3. условия обмена (схема коммуникации);
4. способ формирования агрегированной модели (метамоделей);
5. условия завершения работы кооперативной метаэвристики.

Предполагается, что применение разработанной методологии позволит диверсифицировать работу базовых алгоритмов, что уменьшает вероятность завершения процесса поиска в областях, не содержащих глобально-оптимальное решение. Обмен информацией между базовыми алгоритмами позволяет надеется на повышение эффективности процесса поиска за счет проявления синергетических эффектов. Таким образом, выбор конкретной схемы обмена информацией (способа кооперирования) определяет баланс между интенсификацией и диверсификацией поиска.

Разработанная схема может также служить основой для классификации гибридных алгоритмов КО, например, на основе параметризации таких показателей, как синхронность выполнения и схемы взаимодействия базовых алгоритмов, их однотипность, количество используемых моделей и методы формирования агрегированных моделей, степень использования предыстории.

Для иллюстрации и первичного исследования данной схемы была разработана кооперативная метаэвристика на основе алгоритмов ОМК. Она изложена после краткого описания метаэвристики ОМК.

Оптимизация муравьиными колониями

В последние годы активно развиваются методы так называемого роевого интеллекта, в которых совокупность сравнительно простых агентов конструирует стратегию своего поведения без наличия

глобального управления [Kennedy et al., 2001]. Одним из широко известных роевых методов является метод ОМК. По аналогии с биологической моделью, ОМК базируется на непрямом обмене информацией колонии агентов, называемых искусственными муравьями, использующих феромонные следы как коммуникационное средство [Dorigo and Stützle, 2004]. Феромонные следы в ОМК служат распределенной численной информацией, которая, наряду с эвристической информацией о задаче, используется муравьями для недетерминированного конструирования решений задачи и которую муравьи адаптивно изменяют для отображения опыта, накопленного в процессе поиска решения. Важно отметить, что хотя каждый муравей достаточно сложен, чтобы найти решение задачи, хорошие решения, обычно, появляются только в результате коллективного взаимодействия между муравьями, посредством записи/считывания значений феромонных следов. В известном смысле, это является распределенным процессом обучения, в котором отдельные агенты, муравьи, не адаптируются, а наоборот, адаптивно изменяют вид задачи и ее восприятие другими агентами.

Кроме построения муравьями решений, метаэвристика ОМК включает еще две процедуры (РИС. 2) [Dorigo and Stützle, 2004]: обновление феромонных значений и действия демона (включение процедуры действий демона необязательное). Главная процедура метаэвристики ОМК – Планирование Действий не определяет, каким образом распланированы и синхронизированы Постороение Муравьями Решений, Обновление Феромона и Действия Демона, что оставляет разработчику свободу в определении способа взаимодействия этих трех процедур.

Обновление феромонных значений включает как увеличение значений – добавление муравьями феромона согласно построенному ими решению, так и уменьшение – испарение феромона, процесс с помощью которого интенсивность феромонного следа автоматически уменьшается со временем.

```

procedure ОМК ( )
    while (не выполняется условие завершения) do
        Планирование Действий
        Постороение Муравьями Решений ( ) ;
        Обновление Феромона ( ) ;
        Действия Демона ( ) ; {необязательно}
    end Планирование Действий
    end while
end procedure

```

Рис. 2 Метаэвристика оптимизации муравьиными колониями

Испарение осуществляет полезную форму «забывания», содействуя исследованию новых областей в пространстве поиска и избеганию очень быстрой сходимости алгоритма к субоптимальной области.

Действия демона могут использоваться для осуществления централизованных процедур, которые не могут быть выполнены отдельными муравьями. Например, активация процедуры локальной оптимизации или сбор глобальной информации, которая может быть использована для принятия решения при откладывании дополнительного феромона для отклонения процесса поиска от локальной перспективы.

Алгоритмы ОМК успешно применяются ко многим сложным ЗКО. Для отдельные их классов были получены теоретические результаты, свидетельствующие о сходимости по значению к глобально-оптимальному решению [Dorigo and Blum, 2005].

Детально метод описан, в частности, в работах [Dorigo and Stützle, 2004; Dorigo and Blum, 2005].

Кооперативная метаэвристика на основе алгоритмов ОМК

В рамках предложенной методологии была разработана кооперативная гибридная метаэвристика в виде последовательного (для одного процессора) алгоритма, который включает несколько алгоритмов ОМК (Рис. 3). Данная схема не предписывает, следует ли использовать экземпляры одного и того же алгоритма, либо она может быть гетерогенной, что оставляет разработчику выбор при реализации.

Алгоритмы работают синхронно и после завершения ими заданного количества IT итераций, совершается обмен информацией. В рамках данной схемы агрегированная модель формируется только на основе текущих моделей базовых алгоритмов (без учета предыстории) и после формирования замещает собою их модели.

В качестве процедуры агрегирования была реализована схема взвешенного суммирования значений параметров (феромонных значений) моделей базовых алгоритмов τ_1, \dots, τ_K (для простоты изложения будем считать, что значения параметров нормированы). Веса вычисляются на основе значений целевой функции на текущих наилучших вариантах решений $f_1^{opt}, \dots, f_K^{opt}$ и средних значений целевой функции $f_1^{avg}, \dots, f_K^{avg}$ по найденным базовыми алгоритмами решениям на последней завершенной итерации по следующему соотношению:

$$\tau = \sum_{k=1, \dots, K} w_k \tau_k, \quad w_k = 0.2/K + 0.6\delta_{f_k^{opt}, f^{opt}} + 0.2\delta_{f_k^{avg}, f^{avg}}, \quad k = 1, \dots, K,$$

$$\text{где } f^{opt} = \min_{k=1, \dots, K} \{f_k^{opt}\}, f^{avg} = \min_{k=1, \dots, K} \{f_k^{avg}\}, \delta_{x,y} = \begin{cases} 0, & x \neq y; \\ 1, & x = y. \end{cases}$$

```

procedure Кооперативная_метаэвристика_ОМК()
    Инициализация ( $\tau^1$ );
     $h := 1$ 
    while ( $h \cdot IT \leq IT_{max}$ )
        for  $k := 1$  to  $K$  do
             $\tau_k^h := \tau^h$ ;
        end for
        for  $i := 1$  to  $IT$  do
            for  $k := 1$  to  $K$  do
                ПостроениеМуравьямиРешений ( $\tau_k^h$ );
                ОбновлениеФеромона ( $\tau_k^h$ );
                ДействияДемона ();
            end for
        end for
        ВычислитьВеса ( $w_1, \dots, w_K$ );
         $\tau^h := \sum_{k=1}^K w_k \tau_k^h$ ;
         $h := h + 1$ ;
    end while
    return НаилучшееНайденноеРешение;
end procedure

```

Рис. 3 Кооперативная модели-ориентированная схема на основе алгоритмов ОМК

Поскольку исследовалось влияние наличия обмена информацией в кооперативной схеме на эффективность, то в качестве условия завершения было выбрано выполнение базовыми алгоритмами определенного количества итераций IT_{max} .

Вычислительный эксперимент

Поскольку теоретическое исследование метаэвристических алгоритмов решения ЗКО крайне редко позволяет получать практически применимые результаты, принято анализировать показатели эффективности путем проведения вычислительных экспериментов. С этой целью обычно используют

"классические" модели комбинаторной оптимизации – такие, например, как задача коммивояжера (ЗК) [Hoos and Stützle, 2005], которая состоит в поиске минимального гамильтонового цикла в полном взвешенном графе.

Проведенный эксперимент состоял в сравнении результатов, полученных как разработанной гибридной гетерогенной метаэвристикой, созданной на основе использования двух алгоритмов ОМК (следовательно, $K = 2$), так и алгоритмом, идентичным указанной метаэвристике, но с отключенным модулем обмена. Таким образом, в качестве последнего рассматривался комбинированный алгоритм, включающий два экземпляра алгоритма ОМК, работающих параллельно и независимо, который возвращал в конце работы лучшее из двух найденных решений.

Формирование управляющей метаэвристикой агрегированной модели осуществлялось после каждых 100 итераций, выполненных базовыми алгоритмами. Критерием завершения работы всего кооперативного метода являлось выполнение каждым из базовых алгоритмов 1000 итераций.

В качестве базовых алгоритмов при реализации были использованы экземпляры известного алгоритма Max-Min Ant System (MMAS) с реинициализацией феромонных значений [Stützle and Hoos, 2000] и экземпляры алгоритма Ant Colony System (ACS) [Dorigo and Gambardella, 1997], реализация которых взята из пакета ACOTSP [Stützle, 2004]. Феромонные значения реинициализируются, если решения сгенерированные на одной итерации достаточно близки друг к другу и на протяжении заданного количества итераций алгоритмом не было найдено улучшения. Модель в этих алгоритмах ОМК для ЗК представлена в виде квадратной матрицы, элементами которой являются феромонные значения. В алгоритме MMAS используются динамические ограничения τ_{max}, τ_{min} на значения элементов феромонной матрицы (параметров модели), поэтому перед агрегированием матриц осуществлялось масштабирование элементов с приведением их значений к отрезку $[0,1]$: $\tau_i^{norm} = (\tau_i - \tau_{min}) / (\tau_{max} - \tau_{min})$. В алгоритме ACS такие ограничения отсутствуют и при масштабировании использовались минимальный и максимальный элемент матрицы, соответственно. Аналогичным образом осуществлялось масштабирование агрегированных матриц при их передаче базовым алгоритмам с учетом соответствующих ограничений.

Параметры базовых алгоритмов устанавливались равными стандартными значениям, рекомендуемыми в литературе для ЗК [Dorigo and Stützle, 2004], т.е. дополнительная их оптимизация для конкретного набора тестовых ЗК не проводилась. Количество муравьев составляло 25, коэффициент испарения феромона $\rho = 0.5$, в псевдослучайном пропорциональном правиле выбора, которое применяли муравьи при построении решений, были такие значения параметров: $\alpha = 1$, $\beta = 2$. В качестве деятельности демона в алгоритмах ОМК ко всем построенным муравьями решениям применялся алгоритм простого локального поиска 3-opt [Hoos and Stützle, 2005], реализация которого также взята из пакета ACOTSP [Stützle, 2004].

В табл. 1 приведены результаты 20 вариантов решения каждой из представленных симметричных ЗК (таких, в которых граф является неориентированным) с известными оптимальными решениями, взятых из Интернет-библиотеки TSPLIB [TSPLIB, 2009]. Здесь число в названии задачи обозначает ее размерность, f_{opt} – известное значение целевой функции в точке глобального минимума, f_{min} – лучшее найденное соответствующим алгоритмом значение целевой функции, δ_{avg} – средняя относительная погрешность алгоритма (%), i_{avg} – среднее количество итераций на протяжении которых алгоритмом было найдено лучшее решение, t_{avg} – среднее время, на протяжении которого алгоритмом было найдено лучшее решение на ПЭВМ класса Pentium IV 2,66 ГГц (с). Разработанная гибридная кооперативная метаэвристика обозначена в таблице как **ACS_MMAS_кооп**, а алгоритм, объединяющий независимые экземпляры ACS и MMAS, – **ACS_MMAS_нез**.

Отметим, что разработанный метод сравнивался с комбинированным алгоритмом **ACS_MMAS_нез**, являющимся достаточно эффективным, поскольку для всех задач (кроме задачи d657), участвующих в

эксперименте, он уже находил глобально-оптимальные решения хотя бы в одной из попыток. Наличие обмена информации не ухудшило этот показатель в алгоритме **ACS_MMAS_кооп**, он также нашел глобально-оптимальные решения тестовых задач (за исключением задач d493 и d657). Но для большинства задач алгоритм **ACS_MMAS_кооп** показал лучшую среднюю относительную погрешность (исключение составляет задача ali535). Следует подчеркнуть, что именно улучшение показателя эффективности в среднем и является важным, поскольку в эксперименте исследовались алгоритмы, которые состояли в одном запуске алгоритма (без рестарта) **ACS_MMAS_нез** и **ACS_MMAS_кооп**, соответственно.

Таблица 1 Результаты решения ЗК

Задача	f_{opt}	ACS_MMAS_нез				ACS_MMAS_кооп			
		f_{min}	$\delta_{avg}, \%$	i_{avg}	$t_{avg}, сек$	f_{min}	$\delta_{avg}, \%$	i_{avg}	$t_{avg}, сек$
d493	35002	35002	0.021	620.05	61.30	35004	0.013	561.7	54.55
att532	27686	27686	0.051	302.90	34.38	27686	0.032	450.0	47.53
ali535	202339	202339	0.005	406.00	64.31	202339	0.007	268.5	40.92
u574	36905	36905	0.052	522.40	63.21	36905	0.008	412.7	49.91
p654	34643	34643	0.026	457.20	53.27	34643	0.010	635.1	73.69
d657	48912	48913	0.078	550.70	83.55	48913	0.032	574.3	80.94
u724	41910	41910	0.047	602.25	77.76	41910	0.032	350.8	45.47
rat783	8806	8806	0.065	522.50	77.73	8806	0.026	590.8	82.54
pr1002	259045	259045	0.160	721.90	153.80	259045	0.077	775.7	165.83
vm1084	239297	239297	0.025	580.90	212.40	239297	0.012	470.1	166.38

Время работы и количество итераций до нахождения лучшего варианта решения, у алгоритма **ACS_MMAS_кооп** были сравнимыми с соответствующими показателями алгоритма **ACS_MMAS_нез**.

Результаты вычислительного эксперимента свидетельствуют о том, что данная методология позволяет повышать эффективность модели-ориентированных алгоритмов путем организации кооперативного решения задачи.

Заключение

В работе предложена методология разработки гибридных кооперативных модели-ориентированных метаэвристик, предполагающая наличие управляющего уровня, на котором осуществляется построение агрегированной (мета) модели, а в качестве исходных данных для такого построения выступают частные модели, сформированные базовыми алгоритмами. Важнейшей особенностью предлагаемых кооперативных методов является то, что они оперируют с несколькими моделями, а оптимизацию осуществляют в пространстве моделей, а не в пространстве решений исходной ЗКО. В качестве базовых алгоритмов могут выступать как отдельные экземпляры одного модели-ориентированного алгоритма, так и экземпляры алгоритмов разных методов.

Для оценки эффективности предлагаемой методологии в рамках описанного подхода был разработан и исследован экспериментально гетерогенный кооперативный метод на базе алгоритмов ОМК. Результаты вычислительного эксперимента по решению ЗК показали, что разработка методов согласно предложенной методологии может дать повышение эффективности по сравнению с параллельным и независимым выполнением составных алгоритмов с использованием лучшего результата.

Предметом дальнейшего исследования являются разработка и исследования схем агрегирования моделей (метаоптимизации), в частности, с использованием других базовых алгоритмов, формулирование условий на базовые алгоритмы, при которых эти схемы позволят достигнуть повышенных показателей эффективности, а также экспериментальное исследование при решении других ЗКО.

Предложенная методология может также служить основой для классификации прикладных алгоритмов решения ЗКО.

Благодарности

Работа опубликована при финансовой поддержке проекта **ITHEA XXI** Института информационных теорий и приложений FOI ITHEA Болгария www.ithea.org и Ассоциации создателей и пользователей интеллектуальных систем ADUIS Украина www.aduis.com.ua.

Список литературы

- [Cotta, 1998] C. Cotta. A study of hybridisation techniques and their application to the design of evolutionary algorithms. In: AI Communications, 1998, Vol. 11, No. 3–4. pp. 223–224.
- [Dorigo and Blum, 2005] M. Dorigo, C. Blum. Ant colony optimization theory: A survey. In: Theoretical computer science, 2005, Vol. 344, No. 2–3. pp. 243–278. <http://code.ulb.ac.be/dbfiles/DorBlu2005tcs.pdf>
- [Dorigo and Gambardella, 1997] M. Dorigo, L.M. Gambardella. Ant Colony System: A cooperative learning approach to the traveling salesman problem. In: IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1997, Vol. 1, No. 1, pp. 53–66.
- [Dorigo and Stützle, 2004] M. Dorigo, T. Stützle. Ant Colony Optimization. Cambridge: MIT Press, 2004. 348 p.
- [Hoos and Stützle, 2005] H.H. Hoos, T. Stützle. Stochastic Local Search: Foundations and Applications. San Francisco: Morgan Kaufmann Publ, 2005. 658 p.
- [Kennedy et al., 2001] J. Kennedy, R.C. Eberhart, Y. Shi. Swarm Intelligence. Morgan Kaufmann, San Francisco, CA, 2001. 512 p.
- [Larrañaga and Lozano, 2002] P. Larrañaga, J.A. Lozano. Estimation of Distribution Algorithms. A New Tool for Evolutionary Computation. Boston, MA: Kluwer Academic, 2002. 382 p.
- [Raidl, 2006] G.R. Raidl. A Unified View on Hybrid Metaheuristics. In: Lecture Notes in Computer Science. Springer-Verlag, 2006, Vol. 4030. pp. 1–12. <http://www.ads.tuwien.ac.at/publications/bib/pdf/raidl-06.pdf>
- [Rubinstein and Kroese, 2004] R.Y. Rubinstein, D.P. Kroese. The cross-entropy method: a unified approach to combinatorial optimization, Monte-Carlo simulation, and machine learning. Springer, 2004. 300 p.
- [Stützle and Hoos, 2000] T. Stützle, H. Hoos. Max – Min Ant System. In: Future Generation Computer Systems. 2000, No. 8. pp. 889–914.
- [Stützle, 2004] T. Stützle. ACOTSP, Version 1.0. <http://www.aco-metaheuristic.org/aco-code>. 2004.
- [Taludar et al., 2003] S. Talukdar, S. Murty, R. Akkiraju. Asynchronous teams. In: Handbook of Metaheuristics. Vol. 57. Kluwer Academic Publishers. 2003. pp. 537–556.
- [TSPLIB, 2009] TSPLIB. <http://comopt.ifl.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/>. Страница посещалась в июне 2009.
- [Zlochin et al., 2004] M. Zlochin, M. Birattari, N. Meuleau, M. Dorigo. Model-Based Search for Combinatorial Optimization: A Critical Survey. In: Annals of Operations Research, 2004, Vol. 131. pp. 373–395. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.66.672&rep=rep1&type=pdf>
- [Гуляницький, 2008] Л.Ф. Гуляницький. До формалізації та класифікації задач комбінаторної оптимізації. В: Теорія оптимальних рішень. 2008, № 7. С. 45-49. http://www.nbu.gov.ua/portal/natural/Tor/2008/TOP_Gulianickiy_2008.pdf
- [Гуляницький, 2009] Л.Ф. Гуляницький. Розробка кооперативних метаевристик. In: Abstract of Int. Conf. "Problems of Decision Making under Uncertainties (PDMU–2009)" (April 27-30, 2009, Skhidnytsia, Ukraine). Kyiv, 2009. pp. 90–91.

Информация об авторах

Леонид Гуляницький (*Hulianytskyi*) – д.т.н., ведущий научный сотрудник Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, пр. Глушкова, 40, Киев, 03680, Украина. e-mail: lh_dar@hotmail.com

Сергий Сиренко (*Sirenko*) – аспирант, Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, пр. Глушкова, 40, Киев, 03680, Украина. e-mail: mail@sirenko.com.ua