Krassimir Markov, Vladimir Ryazanov,
Vitalii Velychko, Levon Aslanyan
(editors)

New Trends
in
Classification and Data Mining

I T H E A
SOFIA
2010

Krassimir Markov, Vladimir Ryazanov, Vitalii Velychko, Levon Aslanyan (ed.)

New Trends in Classification and Data Mining

ITHEA®

Sofia, Bulgaria, 2010

First edition

Recommended for publication by The Scientific Concil of the Institute of Information Theories and Applications FOI ITHEA

This book maintains articles on actual problems of classification, data mining and forecasting as well as natural language processing:

- new approaches, models, algorithms and methods for classification, forecasting and clusterisation. Classification of non complete and noise data;
- discrete optimization in logic recognition algorithms construction, complexity, asymptotically optimal algorithms, mixed-integer problem of minimization of empirical risk, multi-objective linear integer programming problems;
- questions of complexity of some discrete optimization tasks and corresponding tasks of data analysis and pattern recognition;
- the algebraic approach for pattern recognition - problems of correct classification algorithms construction, logical correctors and resolvability of challenges of classification, construction of optimum algebraic correctors over sets of algorithms of computation of estimations, conditions of correct algorithms existence;
- regressions, restoring of dependences according to training sampling, parametrical approach for piecewise linear dependences restoration, and nonparametric regressions based on collective solution on set of tasks of recognition;
- multi-agent systems in knowledge discovery, collective evolutionary systems, advantages and disadvantages of synthetic data mining methods, intelligent search agent model realizing information extraction on ontological model of data mining methods;
- methods of search of logic regularities sets of classes and extraction of optimal subsets, construction of convex combination of associated predictors that minimizes mean error;
- algorithmic constructions in a model of recognizing the nearest neighbors in binary data sets, discrete isoperimetry problem solutions, logic-combinatorial scheme in high-throughput gene expression data;
- researches in area of neural network classifiers, and applications in finance field;
- text mining, automatic classification of scientific papers, information extraction from natural language texts, semantic text analysis, natural language processing.

It is represented that book articles will be interesting as experts in the field of classifying, data mining and forecasting, and to practical users from medicine, sociology, economy, chemistry, biology, and other areas.

General Sponsor: Consortium FOI Bulgaria (www.foibg.com).

Printed in Bulgaria

ISBN 978-954-16-0042-9

C\o Jusautor, Sofia, 2010

РАСПОЗНАВАНИЕ ОБЕКТОВ С НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИЕЙ И ИСКАЖЕННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯМИ ИЗ ЗАДАННОЙ ГРУППЫ В РАМКАХ ЛОГИКО-ПРЕДМЕТНОЙ РАСПОЗНАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

Татьяна Косовская

Abstract: *В рамках логико-аксиоматической распознающей рассмотрены задача распознавания объектов с неполной информацией, в частности, частично заслоненных объектов, и задача распознавания объектов, подвергнутых искажениям из заданной группы преобразований при условии, что классы объектов замкнуты относительно этой группы. Приведены алгоритмы решения этих задач. Доказаны оценки числа шагов этих алгоритмов при различных способах решения стандартной задачи распознавания.*

Keywords: *распознавание образов, неполная информация, инвариантность к группе преобразований, сложность алгоритмов.*

ACM Classification Keywords: *I.2.4 Knowledge Representation Formalisms and Methods – Predicate logic, I.5.1 PATTERN RECOGNITION Models – Deterministic, F.2.2 Nonnumerical Algorithms and Problems – Complexity of proof procedures.*

Введение

Под логико-предметной распознающей системой понимается следующая [1]. Пусть имеется множество Ω конечных множеств $\omega = \{ \omega_1, \dots , \omega_t\}$, которые в дальнейшем будут называться распознаваемыми объектами. Частью τ объекта ω называется любое его подмножество. Пусть также на частях τ задан набор предикатов $p_1,\dots,p_n$, характеризующих свойства и отношения между элементами распознаваемого объекта ω. Пусть задано разбиение множества Ω на K классов $\Omega = \cup_{k=1}^{K} \Omega_k$.

Логическим описанием $S(\omega)$ ***распознаваемого объекта*** ω называется набор всех истинных постоянных формул вида $p_i(\tau)$ или $\neg p_i(\tau)$, выписанных для всех возможных частей τ объекта ω.

Описанием класса называется множество условий, задающих необходимые и достаточные условия принадлежности этому классу.

Здесь и далее через $\mathbf{x}$ будем обозначать список элементов конечного множества x, соответствующий некоторой перестановке номеров его элементов. То, что элементами списка $\mathbf{x}$ являются элементы множества y, будем записывать в виде $x \subseteq y$.

Для того, чтобы записать, что значения для переменных списка $\mathbf{x}$, удовлетворяющие формуле $A(\mathbf{x})$, различны, будет использоваться обозначение $\exists \mathbf{x}_{\neq} A(\mathbf{x})$.

Логическим описанием класса Ω_k называется такая формула $A_k(\mathbf{x})$, что $A_k(\mathbf{x})$ содержит в качестве атомарных только формулы вида $p_i(\mathbf{y})$ (при $y \subseteq x$; $A_k(\mathbf{x})$), не содержит кванторов и если истинна формула $A_k(\boldsymbol{\omega})$, то $\omega \in \Omega_k$.

Отметим, что логическое описание класса всегда может быть записано в виде дизъюнкции элементарных конъюнкций атомарных формул. С помощью построенных описаний предлагается решать следующие задачи распознавания образов.

Задача идентификации. Проверить, принадлежит ли ω или его часть классу Ω_k .

Задача классификации. Найти все такие номера классов k, что $\omega \in \Omega_k$.

Задача анализа сложного объекта. Найти и классифицировать все части τ объекта ω, для которых $\tau \in \Omega$.

Решение задач идентификации, классификации и анализа сложного объекта в [1] сведено к доказательству соответственно формул

$$S(\omega) \Rightarrow \exists \mathbf{x}_{\neq} A_k(\mathbf{x}), \tag{1}$$

$$S(\omega) \Rightarrow \bigvee_{\kappa=1}^{K} A_k(\boldsymbol{\omega}), \tag{2}$$

$$S(\omega) \Rightarrow \bigvee_{\kappa=1}^{K} \exists \mathbf{x}_{\neq} A_k(\mathbf{x}). \tag{3}$$

Распознавание объекта в условиях неполной информации

При распознавании объекта в условиях неполной информации задано не полное описание объекта $S(\omega)$, содержащее все истинные на ω атомарные формулы или их отрицания, а лишь некоторое его подмножество $S^{-}(\omega) \subseteq S(\omega)$.

Так как описание класса является дизъюнкцией элементарных конъюнкций, то введем обозначение $A_k(\mathbf{x}) = \vee_{j=1}^{J_k} A_k^j(\mathbf{y}_k^j)$, где для каждого j $(1 \le j \le J_k)$ $\mathbf{y}_k^j$ является подстрокой списка переменных $\mathbf{x}$. При решении задач идентификации, классификации и анализа сложного объекта с неполным описанием объекта вместо проверки справедливости следствий (1), (2) и (3) соответственно имеется возможность проверки лишь того, что $S^{-}(\omega) \Rightarrow \exists \mathbf{x}_{\neq} A_k(\mathbf{x})$, $S^{-}(\omega) \Rightarrow \vee_{\kappa=1}^{K} A_k(\boldsymbol{\omega})$, $S^{-}(\omega) \Rightarrow \vee_{\kappa=1}^{K} \exists \mathbf{x}_{\neq} A_k(\mathbf{x})$. Это равносильно тому, что хоть при одном значении j $(1 \le j \le J_k)$ (и хоть при одном значении для k $(1 \le k \le K)$ для задач классификации и анализа сложного объекта) справедливо $S^{-}(\omega) \Rightarrow \exists \mathbf{y}_k^j{}_{\neq} A_k^j(\mathbf{y}_k^j)$, $S^{-}(\omega) \Rightarrow A_k^j(\boldsymbol{\omega})$, $S^{-}(\omega) \Rightarrow \exists \mathbf{y}_k^j{}_{\neq} A_k^j(\mathbf{y}_k^j)$.

Пусть $A(\mathbf{x})$ – элементарная конъюнкция атомарных формул, $A^{-}(\mathbf{x}^{-})$ – некоторая ее подформула $(\mathbf{x}^{-}$ – подсписок списка переменных $\mathbf{x})$, a и a^{-} – количество атомарных формул в $A(\mathbf{x})$ *и в* $A^{-}(\mathbf{x}^{-})$ соответственно, m и m^{-} – количество предметных переменных в $A(\mathbf{x})$ и в $A^{-}(\mathbf{x}^{-})$ соответственно.

Числа q и r вычисляются по формулам $q = a^{-}/a$, $r = m^{-}/m$ и характеризуют степень совпадения формул $A(\mathbf{x})$ и $A^{-}(\mathbf{x}^{-})$. При этом $0 < q \le 1$, $0 < r \le 1$. Кроме того, $q = r = 1$ тогда и только тогда, когда $A^{-}(\mathbf{x}^{-})$ совпадает с $A(\mathbf{x})$.

При таких обозначениях формулу $A^{-}(\mathbf{x}^{-})$ будем называть **(q,r)-фрагментом формулы** $A(\mathbf{x})$.

Замечание. Возможен следующий вариант определения чисел q и r. Каждому предикату и каждой предметной переменной формулы $A(\mathbf{x})$ можно приписать "вес", определяемый либо экспертами, либо из вероятностных соображений. Тогда $q = w^{-}/w$, $r = v^{-}/v$, где w и w^{-} – сумма "весов" предикатных формул в $A(\mathbf{x})$ и $A^{-}(\mathbf{x}^{-})$, v и v^{-} – сумма "`весов"' предметных переменных в $A(\mathbf{x})$ и $A^{-}(\mathbf{x}^{-})$ соответственно.

Если следствие $S^{-}(\omega) \Rightarrow \exists \mathbf{x}_{\neq} A(\mathbf{x})$ не имеет места, но для некоторого (q,r)-фрагмента $A^{-}(\mathbf{x}^{-})$ (при $q \neq 1$) имеет место следствие $S^{-}(\omega) \Rightarrow \exists \mathbf{x}^{-}_{\neq} A^{-}(\mathbf{x}^{-})$, то будем говорить, что $S^{-}(\omega) \Rightarrow \exists \mathbf{x}_{\neq} A(\mathbf{x})$ является **частично (q,r)-выводимой**.

Формула $\{DA\}(\mathbf{x})$ называется **негативным дополнением** формулы $A(\mathbf{x})$ до ее фрагмента $A^{-}(\mathbf{x}^{-})$, если она является элементарной дизъюнкцией, состоящей из отрицаний конъюнктивных членов формулы $A(\mathbf{x})$, не вошедших во фрагмент $A^{-}(\mathbf{x}^{-})$, то есть $A^{-}(\mathbf{x}^{-})\ \&\ \neg\{DA\}(\mathbf{x}) \Leftrightarrow A(\mathbf{x})$. Ниже будет использоваться обозначение $\{DA\}(\boldsymbol{x})|(\boldsymbol{x}^{-},\tau)$ для результата замены переменных списка $\boldsymbol{x}^{-}$ на список констант τ.

Если $S(^{-}\omega) \Rightarrow \exists\, \boldsymbol{x}_{\neq} A(\boldsymbol{x})$ частично (q,r)-выводима и ни для каких наборов различных констант τ, для которых из истинности $S(\omega)$ следует истинность $A^{-}(\tau)$, нет следствия $S^{-}(\omega) \Rightarrow \exists\, \boldsymbol{x}_{\neq} \{DA\}(\boldsymbol{x})|(\boldsymbol{x}^{-},\tau)$, то $S(\omega) \Rightarrow \exists\, \boldsymbol{x}_{\neq} A(\boldsymbol{x})$ называется **(q,r)-выводимой**.

Если формула (q,r)-выводима при некоторых q и r, то будем говорить, что у нее имеется **неполный вывод**.

По сути дела, понятие (q,r)-выводимости для $S^{-}(\omega) \Rightarrow \exists\, \boldsymbol{x}_{\neq} A(\boldsymbol{x})$ означает, что имеется набор различных констант $\tau = (\omega_{i,1},...,\omega_{i,a-})$, количество которых составляет долю r от общего количества переменных формулы $A(\boldsymbol{x})$, для которого истинна формула $A^{-}(\tau)$, количество атомарных формул которой составляет долю r от общего количества атомарных формул формулы $A(\boldsymbol{x})$, а также нет информации о том, что формула $A(\boldsymbol{x})$ не выполнима на ω.

Алгоритм проверки (q,r)-выводимости для $S^{-}(\omega) \Rightarrow \exists\, \boldsymbol{x}_{\neq} A(\boldsymbol{x})$ подробно описан в [3] и состоит в последовательном выделении подформул $A^{-}(\boldsymbol{x}^{-})$ элементарной конъюнкции $A(\boldsymbol{x})$ и нахождении таких списков значений τ для списка переменных $\boldsymbol{x}^{-}$, что $S^{-}(\omega) \Rightarrow A^{-}(\tau)$, но неверно $S^{-}(\omega) \Rightarrow \exists\, \boldsymbol{x}_{\neq} \{DA\}(\boldsymbol{x})|(\boldsymbol{x}^{-},\tau)$. При этом нахождение списков значений τ и проверка следствия $S^{-}(\omega) \Rightarrow \boldsymbol{x}_{\neq} \{DA\}(\boldsymbol{x})|(\boldsymbol{x}^{-},\tau)$ может осуществляться как полным перебором всех различных значений наборов с a^{-} различными значениями из ω, так и построением вывода в исчислении предикатов.

Пусть t – число элементов в множестве ω, m – число аргументов в $A(\boldsymbol{x})$, a – максимальное число атомарных формул (вхождений признаков) в $A(\boldsymbol{x})$, $|A|$ - число вхождений предметных переменных в $A(\boldsymbol{x})$, $|S|$ - число вхождений предметных констант в $S^{-}(\omega)$.

Теорема 1. *Число шагов решения задачи идентификации объекта с неполным описанием при использовании переборного алгоритма проверки неполной выводимости составляет* $O(t^{m}\ 2^{a}\ |S|\ |A|)$.

При этом для выделенных частей распознаваемого объекта ω, будут вычислены значения параметров q и r, определяющие степень уверенности q того, что эта часть объекта составляет r-ую долю объекта заданного класса.

Пусть s – максимальное число атомарных формул в $S(\omega)$ с одним и тем же предикатом, a – число атомарных формул в $A(\boldsymbol{x})$, J_k – число дизъюнктивных членов в описании класса.

Теорема 2. *Число шагов решения задачи идентификации объекта с неполным описанием при использовании построения вывода в исчислении предикатов для проверки неполной выводимости составляет* $O(J_k\ s^{a})$.

При этом для выделенных частей распознаваемого объекта ω, будут вычислены значения параметров q и r, определяющие степень уверенности q того, что эта часть объекта составляет r-ую долю объекта заданного класса.

Доказательства теорем основаны на оценках числа шагов работы алгоритмов распознавания объектов логико-аксиоматической распознающей системой [2].

Пример распознавания частично заслоненного объекта

Пусть имеется множество контурных изображений, составленных из отрезков прямых, задаваемых своими концами. Заданы два предиката V и L, определяемые следующим образом: $V(x,y,z) \Leftrightarrow$ "$\angle\, yxz < \pi$", $L(x,y,z) \Leftrightarrow$ "x между y и z".

Заданы два класса контурных изображений, эталоны которых имеют вид, представленный на рис. 1.

Токарный станок Сверлильный станок

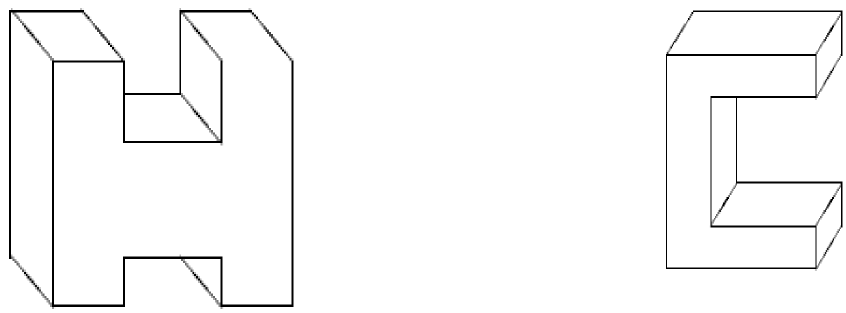


Рис. 1. Эталонные изображения объектов

Описания классов, составленные по этим эталонам, имеют следующие параметры: $m_1 = 10$, $m_2 = 22$, $m_3 = 15$; $a_1 = 22$, $a_2 = 52$, $a_3 = 35$; $|A_1| = 228$, $|A_2| = 537$, $|A_3| = 357$.

Для распознавания представлена сцена, изображенная на рис. 2, и поставлен вопрос: "Имеется ли на сцене сверлильный станок?".

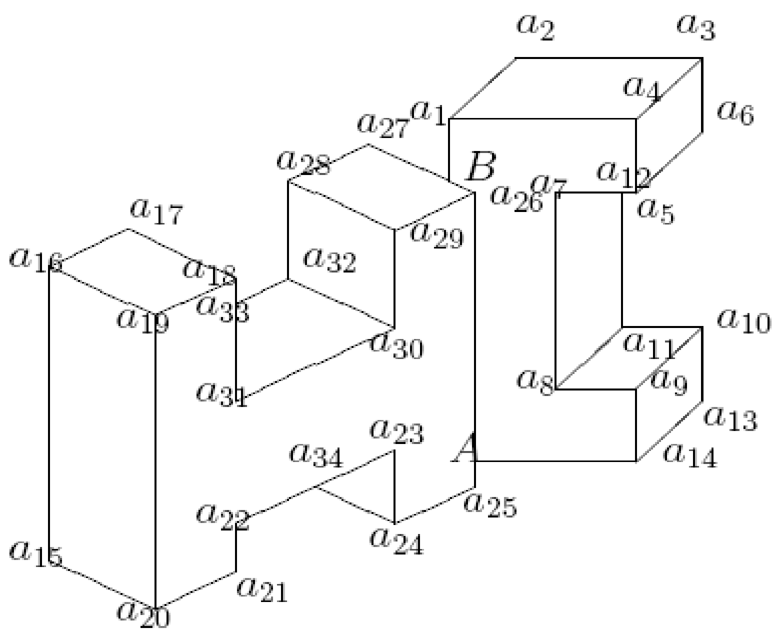


Рис. 2. Сцена с частично заслоненным объектом.

Распознаваемый объект имеет 32 элемента (t=32). Описание сцены содержит 79 атомарных формул, каждая из которых имеет по 3 аргумента (s=76, |S|=79·3=237)

При попытке доказать выводимость $S(\omega) \Rightarrow \exists \mathbf{x}_{\neq} A_3(\mathbf{x})$ получим частичную выводимость этой секвенции, а именно выводимость $S^{-}(\omega) \Rightarrow \exists \mathbf{x}^{-}_{\neq} A_3^{1-}(\mathbf{x}^{-})$, причем в качестве значений для $\mathbf{x}^{-}$ выступают константы $(a_1,\ldots, a_{14}, A)$, либо $(a_1,\ldots, a_{14}, B)$. При этом в обоих случаях $q = 24/26$, $r = 1$.

Негативное дополнение формулы $A_3^{1-}(\mathbf{x}^-)$ до $A_3^{1}(\mathbf{x})$ на этих значениях имеет один из следующих видов $\neg V(a_1, a_4, A) \vee \neg V(A, a_{14}, a_1)$ или $\neg V(a_{14}, a_9, B) \vee \neg V(B, a_{14}, a_1)$. В обоих случаях негативное дополнение не выводимо из $S(\omega)$. Следовательно, со степенью уверенности 12/13 можно утверждать, что часть сцены $(a_1,..., a_{14}, A)$, либо $(a_1,..., a_{14}, B)$ представляет из себя часть сверлильного станка.

Инвариантность системы к заданной группе преобразований

Пусть на множестве Ω задана совокупность преобразований G, отображающих это множество на себя. Обозначим посредством $G(\omega)$ множество термов вида $g(\omega)$, где $g \in G$, $\omega \in \Omega$.

Логико-предметная распознающая система называется **инвариантной относительно совокупности *G***, если она одинаково идентифицирует любые два объекта, отличающиеся только преобразованиями из совокупности G.

Класс объектов Ω_k называется замкнутым относительно совокупности преобразований G, если любые два объекта, отличающиеся только преобразованиями из совокупности G, одновременно принадлежат (или не принадлежат) этому классу.

Наиболее простым случаем построения инвариантной логико-аксиоматической распознающей системы является система, построенная на основании инвариантного набора исходных признаков. Однако, зачастую признаки, адекватно описывающие классы объектов, не обладают этим свойством.

Далее будем рассматривать совокупность преобразований, являющуюся группой с конечным числом образующих. При этом множество образующих группы будем обозначать посредством $G = \{g_1,...,g_T\}$, а саму группу G^*. Образующие группы G^* будем называть элементарными преобразованиями.

Пусть для каждого элементарного преобразования g_j ($j = 1, ..., T$) можно указать, как изменяются значения отдельных признаков или их совокупностей при воздействии преобразования g_j на распознаваемый объект. Для каждого g_j таких изменений может быть несколько (обозначим количество таких изменений посредством l_j). Эти изменения определяются эквивалентностями вида

$$B_j^l(\mathbf{x}) \Leftrightarrow C_j^l(\mathbf{g_j(x)}), \tag{4}$$

где $B_j^l(\mathbf{x})$ и $C_j^l(\mathbf{g_j(x)})$ – элементарные конъюнкции атомарных формул, l=1,...,l_j. Равносильности вида (4) будем называть описаниями преобразования g_j. Множество описаний для всех преобразований будем обозначать посредством $\Gamma(\mathbf{x})$.

Теорема 3. *Пусть на Ω задана группа G^* с конечным числом образующих $G = \{g_1,...,g_T\}$, для каждого преобразования g_j которой справедливы l_j описаний преобразования вида (4).*

Если для каждого j описание k-го класса $A_k(\mathbf{x})$ вместе с каждым дизъюнктивным членом, в который входит $B_j^{l1}(\mathbf{x})$ &...&$B_j^{lr}(\mathbf{x})$ содержит дизъюнктивный член с элементарной конъюнкцией $C_j^{l1}(\mathbf{x})$ &...&$C_j^{lr}(\mathbf{x})$, причем все остальные конъюнктивные члены этих дизъюнктов одинаковы и инвариантны относительно g_j, то $A_k(\mathbf{x})$ инвариантно относительно группы преобразований G*.

Описания преобразований позволяют расширить понятие логико-аксиоматической распознающей системы введением в неё равносильностей вида (4). При этом задачи инвариантного распознавания могут быть сведены к следующим задачам.

Задача инвариантной идентификации: Проверить, принадлежит ли объект ω или его часть классу Ω_k, если класс Ω_k замкнут относительно группы преобразований G^* с конечным числом образующих $G = \{g_1,...,g_T\}$.

Эта задача сводится к доказательству формулы

$$S(\omega) \,\&\, \Gamma(\mathbf{x}) \;\Rightarrow\; \exists\, \mathbf{x}_{\neq} A_k(\mathbf{x})$$

Задача инвариантной классификации. Найти все такие номера классов k, что $\omega \in \Omega_k$, если класс Ω_k замкнут относительно группы преобразований G^* с конечным числом образующих $G = \{g_1,\dots,g_T\}$.

Эта задача сводится к доказательству формулы

$$S(\omega) \,\&\, \Gamma(\mathbf{x}) \;\Rightarrow\; \vee_{\kappa=1}^{K} A_k(\boldsymbol{\omega})$$

с указанием всех таких номеров k, для которых соответствующий дизъюнктивный член истинен на ω.

Задача инвариантного анализа сложного объекта. Найти и классифицировать все части τ распознаваемого объекта ω, для которых $\tau \in \Omega$, если класс Ω_k замкнут относительно группы преобразований G^* с конечным числом образующих $G = \{g_1,\dots,g_T\}$.

Эта задача сводится к доказательству формулы

$$S(\omega) \,\&\, \Gamma(\mathbf{x}) \;\Rightarrow\; \vee_{\kappa=1}^{K} \exists\, \mathbf{x}_{\neq} A_k(\mathbf{x})$$

с указанием всех частей объекта ω, поддающихся классификации, и идентифицировать их.

Для произвольной группы G^* с конечным числом образующих эти задачи алгоритмически неразрешимы. Но если глубина вложенности терма, задающего преобразования из G^*, не превосходит заданного числа, то можно предложить следующий алгоритм решения задачи инвариантной идентификации.

Проверяем справедливость $S(\omega) \;\Rightarrow\; \exists\, \mathbf{x}_{\neq} A_k(\mathbf{x})$. Если формула верна, то подмножества ω, выполняющие формулу $A_k(\mathbf{x})$, принадлежат классу Ω_k.

Создаем очередь из описаний $S^J(\omega)$ объекта ω, подвергнутого преобразованиям с номерами из списка $\mathbf{J}$. Первоначально в очереди находится исходное описание $S(\omega)$ (т. е. $\mathbf{J}$ пуст). Результат приписывания номера j к списку $\mathbf{J}$ обозначим посредством $\mathbf{J}||j$.

Если длина списка $\mathbf{J}$ меньше заданного числа R, то для каждого j $(1 \le j \le T)$ и каждой элементарной конъюнкции $C_j^l(\mathbf{x})$ $(l=1,\dots,l_j)$, входящей в равносильность вида (4), то из $S^J(\omega)$, находящегося первым в очереди, выделяем все его подмножества τ объекта $g_J(\omega)$, для которых $S^J(\omega)$ содержит все конъюнктивные члены этой элементарной конъюнкции; в $S^J(\omega)$ заменяем все конъюнктивные члены $C_j^l(\tau)$ на конъюнктивные члены $B_j^l(\tau)$, полученное описание обозначаем $S^{J||j}(\omega)$; проверяем справедливость $S^{J||j}(\omega) \;\Rightarrow\; \exists\, \mathbf{x}_{\neq} A_k(\mathbf{x})$. Если формула верна, то подмножества $g_{J||j}(\omega)$, выполняющие формулу $A_k(\mathbf{x})$, принадлежат классу Ω_k; в противном случае заносим $S^{J||j}(\omega)$ в очередь.

Если $j = T$, то берем следующее описание из очереди описаний и повторяем предыдущий шаг.

Алгоритм закончит работу, если для некоторого списка $\mathbf{J}$ верно $S^J(\omega) \;\Rightarrow\; \exists\, \mathbf{x}_{\neq} A_k(\mathbf{x})$. В этом случае найдено преобразование g_J, отличающее распознаваемый объект от эталонного, и те части распознаваемого объекта, которые принадлежат классу Ω_k), или ни для одного списка $\mathbf{J}$ длины не более R не выполняется $S^J(\omega) \;\Rightarrow\; \exists\, \mathbf{x}_{\neq} A_k(\mathbf{x})$ (в этом случае распознаваемый объект не является объектом, отличающимся от содержащего части из класса Ω_k преобразованием с глубиной вложенности терма, не превосходящей R, из группы G^* с конечным числом образующих.

Теорема 4. *Если для доказательства формулы вида $S(\omega) \;\Rightarrow\; \exists\, \mathbf{x}_{\neq} A(\mathbf{x})$ использован алгоритм полного перебора, то число шагов инвариантной идентификации для класса, замкнутого относительно группы G^* с конечным числом образующих $G = \{g_1,\dots,g_T\}$ при ограничении, что глубина вложенности термов, задающих преобразования из группы G^*, не превосходит заданного числа R, составляет*

$$O(\,T^R R\,|S|\,(t^m\,|A| + t^c\,|C|\,L) + \Delta\,(t^m\,|A| + t^c\,|C|\,L)),$$

где t – число элементов в множестве ω, m – максимальное число аргументов в дизъюнктивных членах описания класса, $|A|$ – число вхождений предметных переменных в описание класса, $|S|$ – число вхождений предметных констант в $S(\omega)$, c – максимальное число аргументов в формулах $C_j^l(\mathbf{x})$, $|C|$ – число вхождений предметных переменных в формулы $C_j^l(\mathbf{x})$, Δ – максимальная разность количества различных вхождений предметных переменных в $C_j^l(\mathbf{x})$ и $B_j^l(\mathbf{x})$.

Теорема 5. *Если для доказательства формулы вида $S(\omega) \Rightarrow \exists \mathbf{x}_{\neq} A(\mathbf{x})$ использован алгоритм поиска вывода в исчислении предикатов, то число шагов инвариантной идентификации для класса, замкнутого относительно группы G^* с конечным числом образующих $G = \{g_1,...,g_T\}$ при ограничении, что глубина вложенности термов, задающих преобразования из группы G^*, не превосходит заданного числа R, составляет*

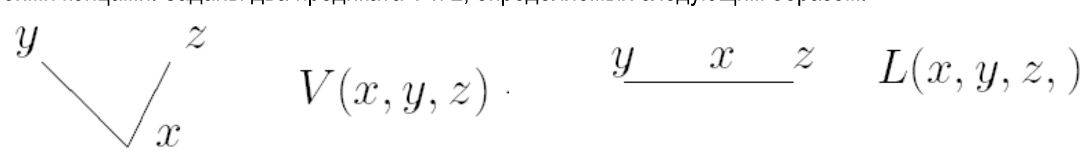
$$O(T^R (J_k \ (s+ R\ \delta)^a + (s+ R\ \delta)^c)),$$

где J_k – число дизъюнктивных членов в описании класса, s – максимальное число атомарных формул в $S(\omega)$ с одним и тем же предикатом, a – число вхождений атомарных формул в $A(\mathbf{x})$, c – максимальное количество вхождений атомарных формул в элементарные конъюнкции $C_j^l(\mathbf{x})$, s – максимальное количество вхождений одного и того же предиката в $S(\omega)$, δ – максимальное изменение количества атомарных формул с одним и тем же предикатом в множестве $S^{J\|j}(\omega)$ по сравнению с $S^J(\omega)$.

Доказательства теорем основаны на оценках числа шагов алгоритмов распознавания объектов логико-аксиоматической распознающей системой [2].

Примеры инвариантных распознающих систем с неинвариантными признаками

1. Пусть имеется множество контурных изображений, составленных из отрезков прямых, задаваемых своими концами. Заданы два предиката *V* и *L*, определяемых следующим образом.



Оба эти предиката инвариантны относительно таких афинных преобразований как g_t^l – сдвиг на l, g_r^{φ} – поворот на угол φ и g_c^k – растяжение в k раз. Предикат L инвариантен также относительно зеркального отображения g_m. Предикат V не инвариантен относительно g_m. Предикат g_m имеет описание преобразования

$$V(x,y,z) \Leftrightarrow V(g_m(x),g_m(z),g_m(y)).$$

В этом примере $\Delta = \delta = 0$. Кроме того, глубина вложенности терма с преобразованием g_m не превышает 1, так как $g_m(g_m(x))=x$. Время распознавания изображения многогранника, отличающегося от эталонного афинным преобразованием, увеличится разве лишь вдвое по сравнению с распознаванием эталонного изображения.

2. Пусть имеется множество изображений на экране дисплея, заданных матрицей яркости. Такие изображения могут быть описаны с помощью одного предиката $p(x,i,j) \Leftrightarrow$ “пиксель с координатами (i,j) имеет яркость x”. Этот предикат не инвариантен относительно афинных преобразований, но для него можно выписать их описания преобразований. Приведем пример описания растяжения в два раза по оси *OX*

$$p(x,i,j) \Leftrightarrow p(x,2i,j) \& p(x,2i+1,j)$$

и пример описания сжатия в два раза по оси *OX*

$$p(x_1,2i,j)\ \&\ p(x_2,2i+1,j) \Leftrightarrow p((x_1+x_2)/2,i,j).$$

В этих примерах $\Delta=0,\ \delta=1$.

Благодарности

Статья частично финансирована из проекта ITHEA XXI Института Информационных теорий и Приложений FOI ITHEA и консорциума FOI Bulgaria (www.ithea.org, www.foibg.com)

Библиография

[1] Т.М.Косовская, А.В.Тимофеев. Об одном новом подходе к формированию логических решающих правил // Вестник Ленинградского университета. 1985. № 8. С. 22 – 29.

[2] Т.М.Косовская. Доказательства оценок числа шагов решения некоторых задач распознавания образов, имеющих логические описания // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1: Математика, механика, астрономия. 2007. Вып.4. С. 82 – 90.

[3] Т.М.Косовская. Частичная выводимость предикатных формул как средство распознавания объектов с неполной информацией // Вестн. С.-Петерб.ун-та. Сер. 10. 2009. Вып. 1. С. 74 – 84.

Информация об авторе

Татьяна Косовская *– Докторант, СПИИРАН, 14 линия, д.39, Санкт-Петербург, 199178, Россия; e-mail: kosov@NK1022.spb.edu*

Основные направления научных исследований: Теория распознавания образов, теория сложности алгоритмов