Krassimir Markov, Vitalii Velychko, Oleksy Voloshin
(editors)

Natural and Artificial Intelligence

ITHEA
SOFIA
2010

Krassimir Markov, Vitalii Velychko, Oleksy Voloshin (ed.)
Natural and Artificial Intelligence
ITHEA®
Sofia, Bulgaria, 2010
ISBN 978-954-16-0043-9

First edition

Recommended for publication by The Scientific Concil of the Institute of Information Theories and Applications FOI ITHEA

This book is engraved in prof. Zinoviy Lvovich Rabinovich memory. He was a great Ukrainian scientist, co-founder of ITHEA International Scientific Society (ITHEA ISS). To do homage to the remarkable world-known scientific leader and teacher this book is published in Russian language and is concerned to some of the main areas of interest of Prof. Rabinovich.

The book is opened by the last paper of Prof. Rabinovich specially written for ITHEA ISS. Further the book maintains articles on actual problems of natural and artificial intelligence, information interaction and corresponded intelligent technologies, expert systems, robotics, classification, business intelligence; etc. In more details, the papers are concerned in:conceptual problems of the natural and artificial intelligent systems: structures and functions of the human memory, ontological models of knowledge representation, knowledge extraction from the natural language texts;network technologies;evolution and perspectives of development of the mechatronics and robotics;visual communication by gestures and movements, psihology of vision and information technologies of computer vision, image processing;object classification using qualitative characteristics;methods for comparing of alternatives and their ranging in the procedures of expert knowledge processing;ecology of programming – a new trend in the software engineering;decision support systems for economics and banking;systems for automated support of disaster risk management;and etc.

It is represented that book articles will be interesting for experts in the field of information technologies as well as for practical users.

General Sponsor: Consortium FOI Bulgaria (www.foibg.com).

Printed in Bulgaria

ISBN 978-954-16-0043-9

C\o Jusautor, Sofia, 2010

СРАВНЕНИЕ АЛЬТЕРНАТИВ В ПОДХОДЕ ОБОБЩЕННЫХ ИНТЕРВАЛЬНЫХ ОЦЕНОК

Михаил Стернин, Геннадий Шепелёв, Алла Рябова

***Abstract**: A method of "direct" comparison of alternatives described by polyinterval expert estimations is proposed. The method is based on approach of generalized interval estimations and method of comparison of monointerval estimations that were elaborated by authors earlier. For given concrete configuration of comparable pair of polyinterval estimations expert, comparing squares of favorable (green), unfavorable (red) and neutral (yellow) zones and using own preferences, may select preferable alternative or make conclusion that alternatives are incomparable. So called assurance factor as a measure of comparing mentioned squares is used in the process of comparison. An example of uprising problem of comparison of alternatives described by polyinterval expert estimations is given. This example concerning construction of polyinterval estimations of two investment projects on base of two monointerval estimations of costs and revenues for each project received from two experts. It is showed that analogue of Hurwicz (point) estimation for monointerval estimations may be constructed for polyinterval ones. A system of methods for comparing alternatives described by polyinterval expert estimations was built as a result of these studies. Using the methods an expert may take into account different levels of uncertainty for problem of comparing alternatives. If there is not information concerning chances of scenario realization in the framework of polyinterval estimations method of "direct" comparison of alternatives may be recommended. If there is information concerning chances of realization for different bands of scenarios in polyinterval estimations method of comparing monointerval estimations combined with Monte-Carlo method may be recommended. If additionally there is information concerning chances of realization for different values of target indicator in the framework of scenarios in polyinterval estimations method of reducing generalized interval estimations to monointerval ones by means of averaging may be recommended.*

***Keywords**: decision making, generalized interval estimations, expert analysis, comparison of alternatives, generalized probability distributions, aggregation of information.*

***ACM Classification Keywords**: H.4.2 Types of Systems – Decision support; G.1.0 Numerical Analysis - Interval Arithmetic, G.3 Probability and Statistics – Distribution functions.*

Введение

При анализе проблемных ситуаций, возникающих в задачах принятия решений многих предметных областей, часто используются результаты расчетов на математических моделях, параметры которых являются числовыми данными. В условиях неопределенности такие данные представляются интервальными оценками. Для получения значений результирующих показателей моделей в этом случае необходимо привлечение методов интервального анализа и (если подобная информация имеется) различных гипотез о шансах на реализацию тех или иных значений исходных параметров модели, лежащих в пределах их оценок.

Наиболее распространенным математическим аппаратом формализации таких гипотез являются теоретико-вероятностные методы. Результирующие показатели, получаемые в рамках этого формализма, например, методом статистических испытаний, также имеют тогда интервально-вероятностное представление. При наличии нескольких альтернатив, характеризуемых интервальными или интервально-вероятностными показателями, выбор «лучшей» альтернативы может быть получен как решение задачи принятия решений лишь с привлечением предпочтений человека – «владельца проблемы» [Петровский, 2009] с использованием методов сравнения интервальных оценок [Стернин, Шепелев, 2009 а] или сравнения интервально-вероятностных оценок [Chugunov et al., 2008].

С усложнением проблемных ситуаций значительно возросла роль специалистов-экспертов соответствующих предметных областей, проявляющаяся, в частности, в том, что из-за отсутствия требуемой информации значения исходных данных задаются преимущественно в виде экспертных интервальных оценок. Однако в ряде случаев эксперту, как оказалось, затруднительно выразить свои знания об анализируемом параметре, указывая единственную интервальную оценку: интервал излишнего размаха снижает ценность знаний эксперта, а зауженный интервал довольно часто ведет к ошибкам предсказания [Slovic et al, 2001; Shepelyov, Sternin, 2003].

Целесообразно поэтому дополнительно к моноинтервальному подходу разработать такой подход к выявлению и представлению экспертных знаний о неопределенных количественных данных анализируемых задач, который дал бы эксперту возможность выразить свои знания о параметрах задачи, задавая совокупность интервальных оценок. Отказ от использования только одноинтервальных оценок позволяет эксперту формализовать свои представления о возможной неточности длины и положения интервалов-оценок значений каждого параметра.

Такой подход - подход обобщенных интервальных оценок (ОИО) [Стернин, Шепелев, 2010; Chugunov et al., 2008] – разработан нами как непосредственное развитие традиционного моноинтервального подхода. В подходе ОИО осуществляется замена первичного объекта моноподхода, точечной оценки, интервальной оценкой, интервала как средства описания неопределенности в моноподходе совокупностью интервалов, названной полиинтервальной оценкой (ПИО), а функции распределения вероятностей, заданной на моноинтервальной оценке, совместной функцией распределения вероятностей, заданной на вышеуказанной совокупности. Подход ОИО находится на стыке нескольких научных областей, таких как теория принятия решений, инженерия знаний, теория вероятностей, системы поддержки экспертных решений. Этот подход, расширяя возможности более полного выявления знаний экспертов об исходных данных задачи, приводит к более адекватному учету неопределенности и повышению качества принимаемых решений.

К настоящему времени в подходе ОИО развит ряд методов выявления и формализации экспертных знаний. Краткое изложение полученных в этом направлении результатов дано в следующем разделе работы, который можно рассматривать также как введение в проблематику ОИО, необходимое для представления последующего материала.

Для того чтобы сделать ОИО полноценным инструментом принятия решений, следует разработать методы сравнения альтернатив, показатели качества которых выражены как ОИО. Один из таких методов, основанный на сравнении одноинтервальных оценок, предложен ранее [Стернин, Шепелев, 2009 а]. Результаты разработки другого возможного метода сравнения альтернатив, основанного на сравнении ПИО, представлены в настоящей статье. Метод базируется на анализе лицом, принимающим решение, возможных конфигураций относительной локализации пар ПИО. Поскольку такой подход в методическом отношении следует подходу, использованному нами при сравнении моноинтервальных оценок, основные особенности последнего суммированы в разделе «Сравнение моноинтервальных оценок альтернатив».

Обобщенные интервальные оценки

Для представления в подходе ОИО своих знаний о параметре модели эксперт вначале формирует полиинтервальную оценку. Для этого эксперт может задать несколько характерных интервалов, входящих в совокупность интервалов-оценок, а затем восстановить по ним ПИО. Приведем простейший пример построения ПИО: эксперт задает в качестве начальной оценки параметра какой-либо интервал, а затем «размывает» его (не обязательно симметрично) в обе стороны от границ. Естественно теперь считать, что и интервалы, промежуточные между начальным и получившимся в результате размытия, также входят в совокупность интервалов-оценок и характеризуют знания эксперта о параметре, являясь возможными реализациями (сценариями) анализируемой величины.

В этом случае ПИО параметра D наглядно представляется криволинейной трапецией на плоскости ($X = D$, $Y = h$), которая восстанавливается по экспертным оценкам оснований трапеции. Ось ординат $h\in [0, 1]$ служит осью меток упорядоченных левых границ интервалов совокупности. Наибольшему основанию трапеции («базовый» интервал) соответствует $h = 0$, а наименьшему («мини» интервал) отвечает $h = 1$. Таким образом, ПИО определяется положением и длинами минимального (верхнего $[D_{lu}, D_{ru}]$) и базового (нижнего $[D_{ld}, D_{rd}]$) интервалов совокупности, задаваемых своими левыми D_l и правыми D_r границами, и формой боковых границ трапеции. В приложениях, как правило, считают эти границы прямолинейными. Интерпретация оси h как оси меток интервалов, образующих ПИО, не единственна. Она обусловлена содержанием задачи. Так, эта ось имеет непосредственный «физический» смысл в задачах с зависимыми переменными. Например, в задаче оценки зависимости запасов природных ископаемых от цены на них каждой точечной оценке цены на оси h ПИО отвечает интервальная оценка объемов запасов на оси D.

По аналогии с моноинтервальным случаем суждения эксперта о шансах на реализацию значений анализируемой величины формализуются путем задания на ПИО плотности совместной функции распределения вероятностей $F(D, h) = F_1(h)F_2(D|h)$. Распределение $F_1(h)$ характеризует шансы реализации различных сценариев в их совокупности. Плотности $F_2(D|h)$ описывают шансы реализации тех или иных значений D на каждом из интервалов совокупности. В общем случае на разных (по h) полосах ПИО плотности $F_2(D|h)$ могут принадлежать к разным семействам распределений. Полученная конструкция – ПИО вместе с определенной на ней $F(D, h)$ – является обобщенной интервальной оценкой величины D. Подход ОИО может быть использован в задачах выявления и формализации экспертных знаний и в задачах принятия решений в нескольких направлениях.

Во-первых, для каждого исходного параметра можно получить усредненное распределение вероятности $F(D)$ на базовом интервале, интегрируя $F(D, h)$ по h при различных сечениях ПИО прямой $D = D_o$, и тем самым свести задачу расчета результирующих показателей модели к известному моноинтервальному случаю. Усредненное распределение вероятности $F(D)$ на базовом интервале, определяемое соотношением (1), является вероятностной смесью распределений на интервалах-сценариях ОИО со смешивающей функцией, задаваемой распределением на оси h ПИО. Для наиболее распространенных на практике прямолинейных границ ПИО в (1) $h_l(D) = (D – D_{ld})/(D_{lu} – D_{ld})$, $h_r(D) = (D_{rd} – D)/(D_{rd} – D_{ru})$.

Отметим, что в результате такого усреднения возникают вероятностные распределения, обобщающие известные распределения. Например, при задании равномерных распределений на обеих осях ПИО в результате усреднения возникает обобщенное равномерное распределение, плотность которого имеет простое аналитическое выражение. Свойства обобщенного равномерного распределения вместе с тем существенно богаче свойств стандартного равномерного распределения, что позволяет использовать его в задачах принятия решений для аппроксимации знаний эксперта о шансах реализации анализируемого параметра модели в различных ситуациях.

$$F(D)=\begin{cases}\int\limits_0^{h_l(D)} F_1(h)F_2(D|h)dh, & D\in[D_{ld};D_{lu})\\ \int\limits_0^{1} F_1(h)F_2(D|h)dh, & D\in[D_{lu};D_{ru})\\ \int\limits_0^{h_r(D)} F_1(h)F_2(D|h)dh, & D\in[D_{ru};D_{rd})\end{cases} \qquad (1)$$

Во-вторых, отказавшись от усреднения, для исходных параметров и результирующих показателей моделей могут быть рассчитаны «вероятностные трубки» (так называемые «probability bounds» [Ferson, Tucker, 2006]), непосредственно использующие всю совокупность полученных от эксперта знаний, содержащуюся в ОИО. В вероятностных трубках отражена информация о вариабельности экспертных знаний на всех интервалах-сценариях. Трубки максимального размаха с достоверностью содержат в себе все возможные, с точностью до знаний эксперта, значения оцениваемых показателей моделей и соответствующих вероятностей. Распределения вероятностей на каждом из сечений такой трубки (по обеим осям ПИО) позволяют учесть неопределенность экспертных знаний, повышая тем самым надежность принимаемых решений.

Поскольку каждая из интервалов-оценок, входящих в ПИО, является возможным сценарием реализации, предложено использовать подход ОИО в сценарном анализе теории принятия решений, что потребовало известного развития аппарата обобщенных равномерных распределений [Стернин, Шепелев, 2008].

При построении ПИО требуются экспертные оценки нескольких (не менее двух) реперных интервалов, на базе которых восстанавливается ПИО. Эта особенность подхода ОИО позволяет использовать его в решении различных задач агрегирования экспертных данных, заданных интервально. Процедуры агрегирования нескольких моноинтервальных оценок, основанные на подходе ОИО, опробованы на примере оптимизационной модели пополнения фондов углеводородов различной степени изученности [Стернин, Шепелев, 2009; Shepelyov, Sternin, 2009]. Несколько моноинтервальных оценок для коэффициентов подтверждаемости запасов различных фондов естественно возникают в этой модели при пересчете названных коэффициентов в случае необходимости перехода от системы фондов с детализированной структурой к более агрегированным фондам. Для дальнейшего использования модели требуются одноинтервальные оценки коэффициентов, переход к которым осуществляется посредством построения вначале на базе исходных одноинтервальных оценок полинтервальных оценок коэффициентов, а затем возврата к моноинтервальному подходу путем усреднения вероятностных распределений, специфицирующих ОИО, согласно (1).

Для дальнейшего развития метода ОИО как инструмента поддержки процессов принятия решений необходимо, как уже отмечалось, исследовать возможности сравнения ПИО для результирующих индикаторов, описывающих эффективность альтернативных вариантов. Одной из таких возможностей является сравнение получаемых методом Монте-Карло различных реализаций моноинтервальных оценок в парах сопоставляемых ПИО с накоплением статистики результатов сравнения и дальнейшим использованием предпочтений лица, принимающего решение (ЛПР). Важнейшая составляющая этого подхода – разработка и выбор метода сопоставления моноинтервальных оценок. Эта, последняя, задача имеет и самостоятельное значение, несвязанное с задачей сравнения ПИО. Вместе с тем использованный при ее решении подход, основанный на анализе возможных конфигураций относительного расположения интервалов в их сравниваемой паре, будет принят также и при решении задачи сравнения ПИО.

Сравнение моноинтервальных оценок альтернатив

В работе [Стернин, Шепелев, 2009 a] предложен метод непосредственного сопоставления интервальных оценок, процесс сравнения в котором трактуется как задача принятия решений. В соответствии с методом в паре сравниваемых интервалов выделяются три зоны: зона, благоприятствующая проверяемой гипотезе о предпочтительности одной из оценок; зона, неблагоприятная для истинности проверяемой гипотезы, и зона эквивалентности оценок. Вывод о предпочтительности или эквивалентности интервальных оценок делается на основе сопоставления длин зон и предпочтений ЛПР. Метод позволяет либо указать лучшую интервальную оценку из сравниваемых, либо рекомендовать ЛПР временно отказаться от принятия решения. В последнем случае, вероятно, целесообразно воздержаться от немедленного принятия решения и попытаться сузить диапазон неопределенности, получив дополнительную информацию. Мы полагаем, что метод непосредственного сравнения интервалов адекватно учитывает специфику задач принятия решений, для которых характерно наличие понятия несравнимости.

В рамках метода рассматривается задача сравнения двух числовых интервала $I_i = [L_i, R_i]$, заданных их левыми L_i и правыми R_i границами, $L_i<R_i$. С точностью до перестановки I_1 и I_2возможны следующие четыре варианта их взаимного расположения (конфигурации):

a) $R_1<L_2$.b) $L_1<L_2<R_1<R_2$. c) $L_1<L_2<R_2<R_1$. d) $L_1 = L_2$, $R_1 = R_2$.

Ищутся условия, при которых I_2 может быть предпочтительнее («больше»), чем I_1.

Конфигурация a) не вызывает трудностей: при любых возможных будущих реализациях значений i_1 и i_2 в интервалах I_1 и I_2 соответственно, интервал I_1 не может превзойти I_2, т.е. всегда $I_2 \succ I_1$. Конфигурация a) – единственная конфигурация, для которой интервальные оценки сравнимы в строгом смысле слова. В этом случае фактически нет задачи принятия решений, поскольку нет неопределенности: интервал I_2 строго больше интервала I_1.

Конфигурация d) характеризуется наибольшей неопределенностью, интервалы эквивалентны друг другу по предпочтительности. В этой ситуации ЛПР не в состоянии принять рационального решения в пользу какого-либо из интервалов без дополнительной информации. Необходимо либо отказаться от выбора, либо, если сделать выбор все-таки нужно, а оперативно получить дополнительную информацию невозможно, воспользоваться случайным выбором. Из этого примера видно, что мерой неопределенности в рассматриваемой задаче сравнения может служить протяженность S пересечения $I_1 \cap I_2$.

Анализ конфигураций b) и c) позволяет выделить еще две меры, играющие важную роль при сравнении интервалов. Именно, из рассмотрения конфигурации b) следует, что если для I_1 текущая реализация $i_1 \in [L_1, L_2]$ или для I_2 текущая реализация $i_2 \in [R_1, R_2]$, то эти ситуации благоприятствуют тому, чтобы I_2 оказался предпочтительнее I_1. Назовем зону благоприятствования зеленой зоной. Протяженность интервала $[L_2, R_1]$ характеризует размеры зоны неопределенности при сравнении I_1 и I_2. Назовем зону неопределенности желтой зоной. Таким образом, в конфигурации b) шансы на то, что I_2 окажется предпочтительнее I_1, зависят от соотношения длин желтой и зеленой зон. Можно видеть, что протяженность зеленой зоны $Sg = L_2 – L_1 + R_2 – R_1$, а желтой зоны $Sy = R_1 – L_2$.

В конфигурации c) появляется неблагоприятная («красная») зона протяженностью $Sr = R_1 – R_2$. Здесь протяженность зеленой зоны $Sg = L_2 – L_1$, а желтой зоны $Sy = R_2 – L_2$. Соотношения между длинами зон в сопоставляемых парах оценок разных конфигураций определяют возможные результаты сравнения интервалов. Указанные соотношения удобно представить в виде числовых коэффициентов.

Среди нескольких возможных числовых коэффициентов, характеризующих ситуацию принятия решений, один показатель K, названный нами коэффициентом уверенности, имеет ясный экономический смысл.

Этот коэффициент равен $K = [Sg - Sr]/S(I_1 \cup I_2)$, т.е. доле разности длин зеленой и красной зон в общей протяженности сравниваемых интервалов с учетом их возможного пересечения. Содержательно он характеризует относительный прирост возможного максимального выигрыша за счет верного принятия решений. Действительно, в случае конфигурации b), например, при выборе интервала I_2 в качестве предпочтительного максимум возможного выигрыша от такого выбора равен $R_2 - L_1$. При выборе интервала I_1 эта величина равна $R_1 - L_2$. Таким образом, относительный прирост возможного максимального выигрыша за счет верного принятия решений равен $[(R_2 - L_1) - (R_1 - L_2)]/(R_2 - L_1)$, т.е. K. Отметим, что если бы проверялась гипотеза о предпочтительности интервала I_1, зеленая и красная зоны поменялись бы местами. Вычисленное в конкретной ситуации сравнения интервальных величин значение коэффициента уверенности K может быть использовано ЛПР при принятии решений. Именно, если при проверке гипотезы о предпочтительности интервала I_2 значение коэффициента K для сравниваемой пары интервальных оценок окажется «достаточно большим» и согласуется с представлениями ЛПР о приемлемой величине риска, который связан с принятием решения и который измеряется пороговым (индивидуальным для каждого ЛПР и ситуации принятия решений) значением K_{th}, то принимается, что $I_2 \succ I_1$, если $K \geq K_{th}$.

Принятый в методе непосредственного сравнения моноинтервальных оценок подход может быть перенесен на случай сравнения полиинтервальных оценок.

Сравнение полиинтервальных оценок альтернатив

Прежде всего, приведем пример ситуаций, в которых могут возникать задачи о сравнении полиинтервальных оценок. Пусть имеются два инвестиционных проекта, эффективность которых сравнивается по значению чистого дисконтированного дохода (ЧДД). Если, из-за неопределенности, затраты и результаты по каждому из проектов в каждом году сроков их реализации имеют интервальные оценки, то и для ЧДД будут получены интервальные оценки [Стернин, Шепелев, 2009 а]. В случае двух экспертов, занимающихся оценками затрат и результатов по проектам, по каждому из проектов будут получены по две интервальные оценки ЧДД. Между этими двумя реперными сценариями, своими для каждого проекта, лежат промежуточные сценарии. Формализация этой картины производится построением ПИО для ЧДД проектов на основе реперных сценариев. Для сравнения проектов необходимо сравнить их ПИО.

Итак, рассматривается задача сравнения двух полиинтервальных оценок $П_1$ и $П_2$, заданных их угловыми точками (вершинами) D_{idl}, D_{idr}, D_{iul}, D_{iur}, i =1, 2 и боковыми границами трапеций, представляющих ПИО. Будем для простоты анализировать случай пары ПИО с вложенными интервальными оценками ($D_{idl}<D_{iul}$, $D_{iur}<D_{idr}$) и считать боковые границы прямолинейными, что не влияет на окончательную формулу для коэффициента уверенности K, имеющему смысл, аналогичный смыслу коэффициента уверенности для пары сравниваемых монооценок. Как и ранее, ищутся условия, при которых $П_2$ может быть предпочтительнее («больше»), чем $П_1$.

Рассмотрим теперь возможныеварианты взаимного расположения ПИО $П_1$ и $П_2$в их паре. Конфигурация с $D_{1dr}<D_{2dl}$ не вызывает трудностей: при любых возможных будущих реализациях значений d_1 и d_2 в ПИО $П_1$ и $П_2$соответственно, оценка $П_1$ не может превзойти $П_2$, т.е. всегда $П_2 \succ П_1$. Эта конфигурация – единственная конфигурация, для которой полиинтервальные оценки сравнимы в строгом смысле слова. В этом случае фактически нет задачи принятия решений, поскольку нет неопределенности: оценка $П_2$ строго больше оценки $П_1$.

Вырожденная, в известном смысле, конфигурация двух ПИО с совпадающими вершинами характеризуется наибольшей неопределенностью, оценки эквивалентны друг другу по предпочтительности. В этой ситуации ЛПР не в состоянии принять рационального решения в пользу какой-либо из оценок без дополнительной информации. Необходимо либо отказаться от выбора, либо, если сделать выбор все-таки нужно, а оперативно получить дополнительную информацию невозможно, воспользоваться случайным выбором. Из этого примера видно, что мерой неопределенности в рассматриваемой задаче сравнения может служить площадь S пересечения $П_1 \cap П_2$.

Таблица 1. Возможные конфигурации пар ПИО.

№ п.п	D_{2ul}	D_{2ur}	D_{2dl}	D_{2dr}
1	1	1	1	1
2	1	1	1	2
3	1	1	1	3
4	1	1	2	2
5	1	1	2	3
6	1	2	1	2
7	1	2	1	3
8	1	2	2	2
9	1	2	2	3
10	1	3	1	2
11	1	3	1	3
12	1	3	2	2
13	1	3	2	3

№ п.п	D_{2ul}	D_{2ur}	D_{2dl}	D_{2dr}
14	2	2	1	2
15	2	2	1	3
16	2	2	2	2
17	2	2	2	3
18	2	3	1	2
19	2	3	1	3
20	2	3	2	2
21	2	3	2	3
22	3	3	1	2
23	3	3	1	3
24	3	3	2	2
25	3	3	2	3
26	3	3	3	3

Если зафиксировать $П_1$, то, помимо рассмотренных, возможны другие конфигурации, определяемые взаимным положением вершин сравниваемых ПИО. Примеры возможных конфигураций приведены в таблице 1. Пусть цифрой 1 кодируется ситуация, когда в текущей конфигурации анализируемая вершина нижнего основания $П_2$ лежит левее D_{1dl} или верхнего основания левее D_{1ul},цифрой 2 ситуация, когда в текущей конфигурации анализируемая вершина нижнего основания $П_2$ лежит в пределах нижнего основания $П_1$ или анализируемая вершина верхнего основания $П_2$ в пределах верхнего основания $П_1$. Наконец, цифрой 3 ситуация, когда в текущей конфигурации анализируемая вершина нижнего основания $П_2$ лежит правее D_{1dr} или верхнего основания правееD_{2ur}.

В каждой из этих конфигураций присутствуют, вообще говоря, три зоны: зона, благоприятствующая реализации события, состоящего в том, что $П_2 \succ П_1$, или зеленая зона; зона, неблагоприятствующая реализации этого события, или красная зона; зона неопределенности, или желтая зона. За меру последней ранее была выбрана площадь S пересечения $П_1 \cap П_2$. Меры первых двух зон это соответствующие площади фигур, образованные боковыми границами и основаниями ПИО. Формула для вычисления коэффициента уверенности K аналогична подобной формуле для коэффициента уверенности при сравнении монооценок: $K = [Sg - Sr]/S(П_1 \cup П_2)$, т.е. K равен доле разности площадей зеленой и красной зон в общей площади сравниваемых полиоценок с учетом их возможного пересечения.

Обозначим коэффициент уверенности в ситуации проверки гипотезы $П_2 \succ П_1$ через $K(П_2, П_1)$, а для проверки противоположной гипотезы $K(П_1, П_2)$. Можно видеть, что $-1 \le K(П_2, П_1) \le 1$. Если $K(П_2, П_1) = 1$, то $П_2$ строго больше $П_1$, если $K(П_2, П_1) = -1$, то $П_1$ строго больше $П_2$. Равенство $K(П_2, П_1) = 0$ означает отсутствие предпочтения. Будем говорить, что $П_2$ теоретически предпочтительнее $П_1$, если $K(П_2, П_1) > 0$.

Таким образом, $K(П_2, П_1)$ задает степень предпочтения альтернативы $П_2$ альтернативе $П_1$. Поскольку в ситуациях проверки пары противоположных гипотез зеленая и красная зоны меняются местами, то коэффициент уверенности обладает свойством антисимметричности: $K(П_2, П_1) = - K(П_1, П_2)$. При фиксации положения $П_1 K(П_2, П_1)$ возрастает при сдвиге $П_2$ как целого вправо и убывает при сдвиге $П_2$ влево. Отношение предпочтения со степенью предпочтения $K(П_2, П_1)$ транзитивно: если $K(П_2, П_1) > 0$ и $K(П_3, П_2) > 0$, то $K(П_3, П_1) > 0$.

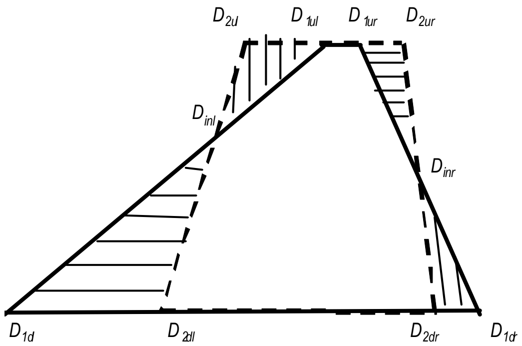

Рис.1. Конфигурация сравниваемых ПИО

Для каждой конкретной конфигурации пары сравниваемых ПИО получаются свои зеленая, красная и желтая зоны. Процедура их нахождения требует пояснения, которое мы проведем на следующем примере. Пусть имеется 12-я, согласно таблице 1, конфигурация сравниваемых ПИО. Таким образом, $П_1$ лежит внутри $П_2$, за исключением части $П_1$, лежащей слева от пересечения левых боковых границ ПИО, и части $П_1$, лежащей справа от пересечения правых боковых границ ПИО. Если обозначить точку пересечения левых боковых границ ПИО D_{inl}, а правых D_{inr}, то, при проверке гипотезы о том, что $П_2$ предпочтительнее $П_1$, зеленые зоны это треугольники с вершинами $D_{1dl}D_{inl}D_{2dl}$, $D_{1ur}D_{2ur}D_{inr}$ (горизонтальная штриховка), желтая зона – фигура с вершинами $D_{2dl}D_{inl}D_{1ul}D_{2ur}D_{inr}D_{2dr}$. Все остальное – это красная зона (вертикальная штриховка). В этом нетрудно убедиться, используя метод сравнения моноинтервалов. Действительно, если для $П_1$ и $П_2$ реализуются сценарии-моноинтервалы, принадлежащие полосе значений h от 0 до h_{inl}, отвечающего D_{inl}, то для этих сценариев фигура с вершинами $D_{1dl}D_{inl}D_{2dl}$– это зеленая зона. Графически обсуждаемая конфигурация представлена на рисунке 1. Ситуация здесь сходна с ситуацией при исчислении геометрических вероятностей [Гнеденко, 2007], а именно, в обоих случаях устанавливается взаимно-однозначное соответствие между множеством элементарных исходов, благоприятствующих интересующему нас событию, и множеством точек плоской фигуры, являющейся частью другой (объемлющей) фигуры.

Подсчет площадей зон требует дополнительных усилий и использования элементарной планиметрии. Коэффициент уверенности в методе непосредственного сравнения полиоценок имеет тот же содержательный смысл, что и для метода сравнения монооценок: он характеризует относительный прирост возможного максимального выигрыша за счет верного принятия решений.

Теоретического предпочтения одной полиоценки другой может оказаться недостаточно при принятии решений с использованием коэффициента K: следует учесть восприятие ЛПР риска. Именно, если при проверке гипотезы о предпочтительности оценки $П_2$ вычисленное значение коэффициента $K(П_2, П_1)$ для сравниваемой пары полиинтервальных оценок окажется «достаточно большим» и согласуется с представлениями ЛПР о приемлемой величине риска, который измеряется пороговым (индивидуальным для каждого ЛПР и ситуации принятия решений) значением K_{th}, то принимается, что $П_2 \succ П_1$, если $K(П_2,П_1) \geq K_{th}$.

Здесь следует отметить еще одно обстоятельство. При попарном сравнении трех полиинтервальных оценок $П_1$, $П_2$, $П_3$ может случиться так, что для пары $П_1$, $П_2$ оценка $П_2$ предпочтительнее $П_1$ с, например, $K = 65\% > K_{th} = 60\%$, а для пары $П_1$, $П_3$ полиинтервальная оценка $П_3$ предпочтительнее $П_1$ с $K = 80\% > K_{th}$. Это не означает, что для ЛПР $П_3$ предпочтительнее $П_2$, потому что при непосредственном сравнении $П_3$ и $П_2$ может оказаться, что $П_3$ «лучше» $П_2$ с $K<K_{th}$, т.е. для ЛПР, принявшего для выбора величину K_{th}, эти оценки несравнимы. Таким образом, при принятии решений всегда необходимо прибегать к непосредственному попарному сравнению полиинтервалов-альтернатив.

При сравнении моноинтервальных оценок часто используют полученные методом Гурвица [Hurwicz, 1951] точечные оценки, «эквивалентные» исходным интервальным. Подчеркнем, что такая замена не осуществляется автоматически, а базируется на предпочтениях ЛПР, ее/его склонности к риску. При сравнении полиинтервальных оценок подобные точечные оценки, «эквивалентные» исходным полиинтервальным, также могут быть введены. Однако вместо одного коэффициента Гурвица, определяющего компромисс оптимизма – пессимизма ЛПР, надо ввести как обобщение подхода Гурвица пару коэффициентов. Один, для оси ординат ПИО (оси сценариев), определяет мнение ЛПР о степени неопределенности задачи: чем ближе этот коэффициент к 1, тем уже выбираемый ЛПР интервал-сценарий и тем меньше неопределенность в задаче. Второй коэффициент аналогичен коэффициенту Гурвица на выбранном интервале-сценарии. Вместе эта пара задает искомую точечную оценку.

Хотя точечные оценки должны отражать предпочтения ЛПР, переход от интервальных оценок к точечным не содержит процедур, явным образом отражающих связь получаемых точечных оценок с предпочтениями ЛПР. Недостаточная наглядность такого перехода не позволяет ЛПР в полной мере получить представление об обоснованности выбора той или иной эквивалентной точечной оценки, особенно в случае полиинтервальной оценки. Развитие этого направления потребовало бы создания специальных процедур выявления предпочтений ЛПР в терминах пары обобщенных коэффициентов Гурвица.

Заключение

Предложенный в работе метод непосредственного сравнения полиинтервальных оценок позволяет на основе предпочтений ЛПР либо указать лучшую интервальную оценку из сравниваемых, либо рекомендовать ЛПР временно отказаться от принятия решения из-за несравнимости интервалов и опасности совершить ошибку второго рода. Мы полагаем, что этот метод способствует достаточно корректному выявлению предпочтений ЛПР при сравнении альтернатив, описываемых полиинтервальными оценками. Выделение зеленой, красной и желтой зон цветом в компьютерных системах поддержки экспертных решений позволяет, ввиду наглядности, организовать продуктивный диалог с ЛПР.

В результате исследований, проведенных в этой и в предыдущих работах авторов, разработана совокупность методов сравнения альтернатив, описываемых обобщенными интервальными оценками. Каждый из этих методов применим к задачам с разной степенью неопределенности. Если информация, касающаяся шансов на реализацию сценариев-моноинтервалов, содержащихся в ПИО, отсутствует, следует использовать метод непосредственного сравнения альтернатив, предложенный в настоящей статье. Если подобная информация имеется, следует использовать метод статистических испытаний с разыгрыванием интервалов-сценариев, содержащихся в ПИО, а затем метод сравнения моноинтервальных оценок [Стернин, Шепелев, 2009 а]. Если, наконец, у эксперта дополнительно имеется информация и о шансах на реализацию различных значений в пределах сценариев ПИО, следует использовать метод сведения задачи в полиинтервальной постановке к задаче в моноинтервальной постановке в соответствии с соотношением (1).

Благодарности

Работа поддержана программами фундаментальных исследований президиума РАН «Интеллектуальные информационные технологии, математическое моделирование, системный анализ и автоматизация» и ОНИТ РАН «Информационные технологии и методы анализа сложных систем», Российским фондом фундаментальных исследований (проекты 08-01-00247, 08-07-13532, 09-07-00009, 09-07-12111, 10-07-00242).

Bibliography

[Гнеденко, 2007] Б. Гнеденко. Курс теории вероятностей. М.: УРСС. 2007.

[Петровский, 2009] А. Петровский. Теория принятия решений. М: «Академия». 2009.

[Стернин, Шепелев, 2008] М. Стернин, Г. Шепелев. Анализ сценариев в методе обобщенных интервальных оценок. // Таврический вестник информатики и математики. Т. 2, сс. 195-201. 2008.

[Стернин, Шепелев, 2009 а] М. Стернин, Г. Шепелев. СравнениеполиинтервальныхоценоквметодеОИО. // Intelligent Support of Decision Making. International Book Series N 10. Supplement to Information Technologies and Knowledge. V. 3, pp. 83 – 88. 2009.

[Стернин, Шепелев, 2009 b] М. Стернин, Г. Шепелев. Агрегирование информации методом обобщенных интервальных оценок на примере задачи о пополнении фондов запасов нефти. //Труды третьей международной конференции «Системный анализ и информационные технологии» САИТ – 2009. М. сс. 349-356. 2009,.

[Стернин, Шепелев, 2010] М. Стернин, Г. Шепелев. Обобщенные интервальные экспертные оценки в принятии решений. // Доклады академии наук (сер. математика, информатика). Т. 432, сс. 1 – 2. 2010.

[Chugunov et al., 2008] N. Chugunov, G. Shepelyov, M. Sternin. The generalized interval estimations in decision making under uncertainty. // Int. J. Technology, Policy and Management. V. 8, pp. 298 – 321. 2008.

[Ferson, Tucker, 2006] S. Ferson, W. Tucker. Sensitivity analysis using probability bounding // Reliability Engineering & System Safety. V. 91, pp. 1435 – 1442. 2006.

[Hurwicz, 1951] L. Hurwicz. Optimality criteria for decision making under ignorance. 'Cowles Commission Discussion Paper', Statistics, 1951, # 370, New Haven.

[Shepelyov, Sternin, 2003] G. Shepelyov, M. Sternin. Method of generalized interval estimations for intelligent DSS // DSS in the uncertainty of the Internet age. Proceedings of the conference. Katowice. University of economics. pp. 367-377. 2003

[Shepelyov, Sternin, 2009] G. Shepelyov, M. Sternin. Aggregation of Information by GIE Method: Model of Supplementing Oil Reserves. // Advances in Decision Technology and Intelligent Information System. K. J. Engemann, G. E.Lasker (Eds.). // The International Institute for Advanced Studies in Systems Research and Cybernetics. V. X, pp. 11 – 15. 2009.

[Slovic et al, 2001] P. Slovic, B. Fischhoff, S. Lichtenstein. Facts vs. fears: understanding perceived risk. //In Kahneman D., Slovic P., Tversky A (Eds.). Judgment Under Uncertainty: Heuristics and Biases // Cambridge: Cambridge University Press. 2001.

Authors' Information

Михаил Стернин *– старший научный сотрудник Института системного анализа РАН. Россия, 117312, Москва, просп. 60-летия Октября, ИСА РАН; e-mail: mister@isa.ru*

Геннадий Шепелёв *– заведующий лабораторией Института системного анализа РАН. Россия, 117312, Москва, просп. 60-летия Октября, ИСА РАН; e-mail: gis@isa.ru*

Алла Рябова *– инженер - исследователь Института системного анализа РАН. Россия, 117312, Москва, просп. 60-летия Октября, ИСА РАН; e-mail: ryabova@isa.ru*