Krassimir Markov, Vitalii Velychko, Oleksy Voloshin
(editors)

Information Models of Knowledge

I T H E A®
KIEV – SOFIA
2010

Krassimir Markov, Vitalii Velychko, Oleksy Voloshin (ed.)
Information Models of Knowledge
ITHEA®
Kiev, Ukraine – Sofia, Bulgaria, 2010
ISBN 978-954-16-0048-1

First edition

Recommended for publication by The Scientific Concil of the Institute of Information Theories and Applications FOI ITHEA
ITHEA IBS ISC: 19.

This book maintains articles on actual problems of research and application of information technologies, especially the new approaches, models, algorithms and methods fot information modeling of knowledge in: Intelligence metasynthesis and knowledge processing in intelligent systems; Formalisms and methods of knowledge representation; Connectionism and neural nets; System analysis and sintesis; Modelling of the complex artificial systems; Image Processing and Computer Vision; Computer virtual reality; Virtual laboratories for computer-aided design; Decision support systems; Information models of knowledge of and for education; Open social info-educational platforms; Web-based educational information systems; Semantic Web Technologies; Mathematical foundations for information modeling of knowledge; Discrete mathematics; Mathematical methods for research of complex systems.

It is represented that book articles will be interesting for experts in the field of information technologies as well as for practical users.

General Sponsor: Consortium FOI Bulgaria (www.foibg.com).

Printed in Ukraine

ISBN 978-954-16-0048-1

C\o Jusautor, Sofia, 2010

НЕЧЕТКИЕ ОБОБЩЕНИЯ МОДЕЛИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАТРАТ

Алексей Ф. Волошин, Василий А. Лавер

***Abstract**: Рассматривается классическая задача распределения затрат, её интерпретация для случая распределения квот на выброс парниковых газов. Предлагаются нечеткие обобщения данной задачи, алгоритм её решения. Приводится иллюстративный пример.*

***Keywords**: задача распределения затрат, задача распределения квот на выбросы парниковых газов, нечеткие модели и методы.*

***ACM Classification Keywords**: I. Computing Methodologies – I.6. Simulation and modelling – I.6.5. Model Development –Modeling Methodologies.*

Введение

Классическая модель распределения затрат [Волошин, Мащенко, 2006] позволяет адекватно описать большое количество реальных процессов. Так, в [Волошин, Горицына, 2009] предлагается использовать её для распределения квот на выбросы парниковых газов (ПГ). Модель распределения затрат формулируется следующим образом:

Найти вектор $x = (x_1,...,x_n)$ такой, что

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = c \qquad (1)$$

где $n, n \geq 2$, - количество агентов, $c, c \geq 0$,– общие затраты (общий лимит выброса ПГ), b_i – «потенциальный доход» *i*-го агента; x_i – доля затрат *i*-го агента (квота на выброс ПГ).

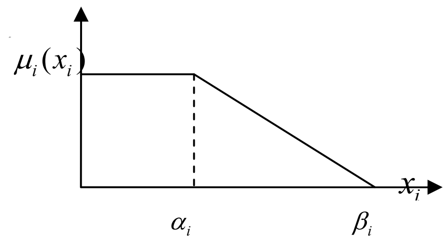
В связи с этим возникают две проблемы: 1. Как формировать «потенциальные доходы» каждого агента? 2. Какие механизмы распределения затрат использовать? При формировании «потенциального дохода» в [Волошин, Горицына, 2009] предлагается учитывать два эффекта влияния на загрязнение окружающей среды величину валового внутреннего продукта (ВВП) на душу населения и выбросы ПГ на 1 кв. км с учетом плотности населения; приводятся методики расчета величин b_i. Что касается механизмов распределения затрат, то предлагается априори задавать один из трех принципов распределения: выравнивание доходов, выравнивание затрат и пропорциональное распределение затрат. Основным недостатком «классической» модели является то, что в реальности исходные данные задаются неточно, нечетко, приближенно. Поэтому целесообразно рассмотреть нечеткие обобщения задачи распределения, в частности, задачи распределения квот на выбросы ПГ. В данной работе предлагаются три варианта нечетких обобщений рассматриваемой модели. Не уменьшая общности, рассмотрим принцип выравнивания затрат.

Задача распределения квот при нечетких долях агентов

Имеется n агентов, которые упорядочены по возрастанию «потенциальных доходов»: $b_1 \leq b_2 \leq ... \leq b_n$. Рассматривается задача распределения затрат в интерпретации распределения квот на выбросы ПГ. Общий лимит выброса равен с тонн CO_2 - эквивалента (c>0). Квоты агентов x_i – нечеткие числа с функциями принадлежности $\mu_i(x_i), i = \overline{1,n}$.

Для всех i функция принадлежности агента i определяется по следующей формуле и имеет усеченно-трапецеидальный вид:

$$\mu_i(x_i)=\begin{cases}1, x_i \le \alpha_i;\\ \dfrac{\beta_i - x_i}{\beta_i-\alpha_i}, \alpha_i < x_i \le \beta_i;\\ 0, \beta_i < x_i,\end{cases}$$



α_i и β_i определяются в зависимости от величины b_i. Данный вид функций принадлежности можно интерпретировать следующим образом: пока агент i не превышает некоторый уровень выбросов α_i, к нему не применяется никаких санкций и он обладает правом продавать свои квоты; промежуток между α_i и β_i представляет значения выбросов, которые превышают квоту, но уровень превышения является приемлемым и задается значением $r_i = 1-\mu_i(x_i)$. Если же значение выбросов ПГ превышает значение β_i, к агенту применяются санкции и штрафы.

Предположим, что агенты разделены на три группы в зависимости от уровня доходов - на «бедных» ($i=\overline{1,n_1}$), «середняков» ($i=\overline{n_1+1,n_2}$) и «богатых» ($i=\overline{n_2+1,n}$), где $1 \le n_1 \le n_2 \le n$.

Тогда

$$\alpha_i = \begin{cases}\gamma_1 b_i, i=\overline{1,n_1}\\ \gamma_2 b_i, i=\overline{n_1+1,n_2}\\ \gamma_3 b_i, i=\overline{n_2+1,n}\end{cases}, \qquad \beta_i = \begin{cases}\delta_1 b_i, i=\overline{1,n_1}\\ \delta_2 b_i, i=\overline{n_1+1,n_2}\\ \delta_3 b_i, i=\overline{n_2+1,n}\end{cases},$$

где $0 \le \gamma_i \le 1 (i=\overline{1,3})$, $\gamma_1 \le \gamma_2 \le \gamma_3$, $0 \le \delta_j \le 1 (j=\overline{1,3})$, $\delta_1 \le \delta_2 \le \delta_3$ - некоторые коэффициенты.

Возникает вопрос, каким образом распределить квоты на выброс ПГ, учитывая при этом нечеткий вид x_i.

Решением задачи предлагается считать вектор ($x_1,x_2,\ldots,x_n$), который удовлетворяет следующим двум условиям: 1) $\sum_{i=1}^{n} x_i = c$; 2) $\min\{\mu_1(x_1), \mu_2(x_2),..., \mu_n(x_n)\} \to \max$.

Введем «индикатор» выполнения баланса – функцию $\nu(x_1, x_2,..., x_n)$:

$$\nu = 1, \sum_{i=1}^{n} x_i = c; \nu = 0, \sum_{i=1}^{n} x_i \ne c..$$

Функция принадлежности искомого вектора ($x_1,x_2,\ldots,x_n$) будет определяться как: $\mu_c(x_1, x_2,..., x_n) = \min\{\mu_1(x_1), \mu_2(x_2),..., \mu_n(x_n), \nu(x_1, x_2,..., x_n)\}$.

Решением задачи будем считать вектор, максимизирующий $\mu_c(x_1, x_2,..., x_n)$.

То есть для нахождения $(x_1, x_2,..., x_n)$ нужно решить следующую задачу оптимизации:

$\lambda \to \max$, $\mu_c(x_1, x_2,..., x_n) \ge \lambda$.

Учитывая вид $\mu_c(x_1, x_2,..., x_n)$, получаем:

$$\lambda \to \max, \sum_{i=1}^{n} x_i = c, \mu_i(x_i) \ge \lambda, i=\overline{1,n}. \tag{2}$$

Так как $\mu_1(x_1), \mu_2(x_2), ..., \mu_n(x_n)$ линейны, задача (2) является задачей линейного программирования и может быть решена известными методами [Банди, 1988].

Рассмотрим числовой пример. Имеется два агента (*n*=2, для определенности - «Африка» и «Европа», см. [Волошин, Горицына, Мащенко, 2010], табл.3), между которыми необходимо распределить квоты на выброс ПГ величиной *c*=7. Функции принадлежности квот агентов задаются следующим образом (учитывая, что удельный вес выбросов «Европы» приблизительно в четыре раза выше аналогичного показателя для «Африки»):

$$\mu_1(x_1) = \begin{cases} 1, x_1 \le 1; \\ \dfrac{4-x_1}{3}, 1 < x_1 \le 4; \\ 0, x_1 > 4. \end{cases} \qquad \mu_2(x_2) = \begin{cases} 1, x_2 \le 4; \\ \dfrac{7-x_2}{3}, 4 < x_2 \le 7; \\ 0, x_2 > 7. \end{cases}$$

$$\nu(x_1, x_2) = \begin{cases} 1, x_1 + x_2 = 7; \\ 0, x_1 + x_2 \ne 7. \end{cases}$$

Задача (2) примет следующий вид: $\lambda \to \max, x_1 + x_2 = 7, \mu_1(x_1) \ge \lambda, \mu_2(x_2) \ge \lambda.$

Рассмотрим возможные варианты изменений x_1 и x_2.

При $x_1 \le 1, x_2 \le 4$ не выполняется равенство $x_1 + x_2 = 7$; при $x_1 \le 1, 4 \le x_2 \le 7$ и $1 < x_1 \le 4, x_2 \le 4$ получим соответственно $x_1 = 1, x_2 = 6$ и $x_1 = 3, x_2 = 4$ при уровне $\lambda = \frac{1}{3}$.

Оставшийся вариант, $1 \le x_1 \le 4, 4 \le x_2 \le 7$ порождает следующую задачу:

$$\lambda \to \max, x_1 + x_2 = 7; 1 \le x_1 \le 4;\ 4 \le x_2 \le 7; \frac{4-x_1}{3} \ge \lambda; \frac{7-x_2}{3} \ge \lambda. \qquad (3)$$

Решением (3) будет тройка $x_1 = 2, x_2 = 5, \lambda = \frac{2}{3}$. Так как λ в этом случае достигает максимального значения, то это будет и решением всей задачи.

Алгоритм решения задачи распределения затрат при нечетких долях агентов

Пользователь задает количество игроков – *n*, их доходы ($b_1, b_2, ..., b_n$.), общий лимит выброса ***c***, а также необходимые коэффициенты для всех трех групп доходности.

На основе полученных данных вычисляются функции принадлежности квот агентов.

Для каждой $\mu_i(x_i), i = \overline{1, n}$, возможны два существенных варианта: когда $x_i \in [0, \alpha_i]$ или же когда $x_i \in [\alpha_i, \beta_i]$. Далее мы должны перебрать все возможные комбинации.

Для этого введем *n* – мерный булевый массив М. Изменяя значения массива с (0,0,…,0) до (1,1,…,1), на каждом шагу будем решать следующую задачу:

$$\lambda \to \max,$$

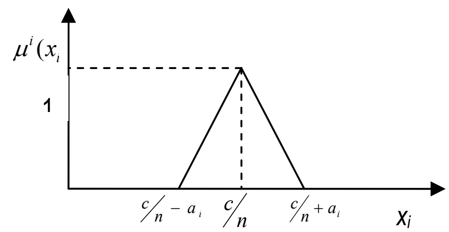
$$\sum_{i=1}^{n} x_i = c, \mu_i(x_i) \ge \lambda, x_i \in [d_i, e_i], \forall i = \overline{1, n}, \text{где } d_i = \begin{cases} 0, M_i = 1 \\ \alpha_i, M_i = 0 \end{cases}, e_i = \begin{cases} \alpha_i, M_i = 1 \\ \beta_i, M_i = 0 \end{cases}. .$$

За решение первоначальной задачи принимаем то из полученных решений, для которого *λ* будет максимальным.

Задача распределения квот при нечетких долях агентов и заданном принципе распределения

Рассматривается принцип выравнивания квот. Каждому агенту соответствует доля в c/n тонн CO_2 эквивалента. Пусть a_i $(i=\overline{1,n})$ – величина, на которую i-й агент имеет право отклониться от установленного распределения. Эта величина задается извне, она может зависеть от «достатка» агента. Тогда для i-го агента получаем следующий вид функции принадлежности допустимых отклонений от заданного распределения:

$$\mu^i(x_i)=\begin{cases} x_i/a_i-\dfrac{c/n-a_i}{a_i}, x_i\in\left[c/n-a_i, c/n\right]; \\ 1-\dfrac{x_i-c/n}{a_i}, x_i\in(c/n, c/n+a_i]; \\ 0, \textit{в других случаях.} \end{cases}$$



Формируется следующая функцию принадлежности распределения x нечеткой цели:

$\mu_G(x_1,x_2,...,x_n)=\min\left\{\mu^1(x_1),\mu^2(x_2),...,\mu^n(x_n)\right\}.$

Эта функция является функцией принадлежности декартового произведения нечетких множеств допустимых отклонений от заданного распределения.

Функция принадлежности решения в этом случае будет иметь вид

$\mu_D(x_1,x_2,...,x_n)=\min\{\mu_C(x_1,x_2,...,x_n),\mu_G(x_1,x_2,...,x_n)\}$.

Решениями задачи будем считать альтернативы, максимизирующие $\mu_D(x_1,x_2,...,x_n)$. Алгоритм поиска решений аналогичен предыдущему, с той разницей, что необходимо учитывать изменения $\mu^i(x_i)$.

Задача распределения квот при нечетких долях агентов, заданном принципе распределения и нечетком балансе выбросов

Предположим, что равенство $\sum_{i=1}^{n}x_i=c$ выполняется нечетко: $\sum_{i=1}^{n}x_i\cong c$. Степень выполнения этого равенства определяется следующей функцией принадлежности

$\nu(x_1,x_2,...,x_n)$: $\nu=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_i-(c-\underline{c})}{\underline{c}}$, $c-\underline{c}\le\sum_{i=1}^{n}x_i\le c$; $\nu=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_i-(c-\overline{c})}{\overline{c}}$, $c<\sum_{i=1}^{n}x_i\le c+\overline{c}$,

$\nu=0$ иначе.

Тут $\underline{c},\overline{c}$ - значения допустимых отклонений $\sum_{i=1}^{n}x_i$ от c.

Функция принадлежности распределения x ограничениям будет иметь вид: $\mu_c(x_1,x_2,...,x_n)=\min\{\mu_1(x_1),\mu_2(x_2),...,\mu_n(x_n),\nu(x_1,x_2,...,x_n)\}$.

Функция принадлежности x цели - $\mu_G(x_1,x_2,...,x_n)=\min\left\{\mu^1(x_1),\mu^2(x_2),...,\mu^n(x_n)\right\}$.

Функция принадлежности x решению - $\mu_D(x_1,x_2,...,x_n)=\min\{\mu_C(x_1,x_2,...,x_n),\mu_G(x_1,x_2,...,x_n)\}$.

Решение задачи находится аналогично предыдущим случаям.

Выводы

Рассмотренные нечеткие модели распределения затрат дают возможность более адекватно описывать реальные процессы, в частности, распределения квот на выброс парниковых газов. В будущем планируется усовершенствовать алгоритмы решения рассматриваемых задач на случай большой размерности, избежав использование процедур полного перебора при рассмотрении интервалов изменений x_i; рассмотреть другие обобщения модели распределения затрат (в частности, распределение затрат при заданных функциях полезности агентов).

Благодарности

Статья частично финансирована из проекта ITHEA XXI Института Информационных теорий и Приложений FOI ITHEA и Консорциума FOI Bulgaria (www.itea.org, www.foibg.com).

Библиография

[Волошин, Мащенко, 2006] Волошин О.Ф., Мащенко С.О. Теорія прийняття рішень - К.: ВТЦ "Київський університет", 2006.-304с.

[Волошин, Горицына, 2009] Волошин А., Горицына И. Механизмы распределения квот на выбросы по Киотскому протоколу; In: International Book Series “Information Science and Computing”, 2009. – V. 3/2009, N10. – P. 175-181

[Банди, 1988] Банди Б. Методы оптимизации.. – М.:. Радио и связь, 1988. -128с.

[Волошин, Горицына, Мащенко, 2009] Волошин А., Горицына И., Мащенко С. Методологические принципы распределения квот на выбросы парниковых газов; In: “Natural and Artificial Intelligence”, ITHEA, Sofia, 2010. - P. 85-93.

Сведения об авторах

***Волошин Алексей** – доктор технических наук, профессор, Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Украина, 01017 Киев, ул. Владимирская, 64; e-mail: ovoloshin@unicyb.kiev.ua*

***Сфера научных интересов:** принятие решений, системы поддержки принятия решений, математическая экономика, экспертные системы, е-образование*

***Лавер Василий** – Аспирант, Ужгородский национальный университет, математический факультет, Украина, 88000, Ужгород, ул. Университетская, 14, e-mail: v.laver@gmail.com*

***Сфера научных интересов:** принятие решений, системы поддержки принятия решений, математическая экономика, нечеткие модели и методы*