Krassimir Markov, Vitalii Velychko, Oleksy Voloshin
(editors)

# Information Models of Knowledge

I T H E A®
KIEV – SOFIA
2010

Krassimir Markov, Vitalii Velychko, Oleksy Voloshin (ed.)
Information Models of Knowledge
ITHEA®
Kiev, Ukraine – Sofia, Bulgaria, 2010
ISBN 978-954-16-0048-1

First edition

Recommended for publication by The Scientific Concil of the Institute of Information Theories and Applications FOI ITHEA
ITHEA IBS ISC: 19.

This book maintains articles on actual problems of research and application of information technologies, especially the new approaches, models, algorithms and methods fot information modeling of knowledge in: Intelligence metasynthesis and knowledge processing in intelligent systems; Formalisms and methods of knowledge representation; Connectionism and neural nets; System analysis and sintesis; Modelling of the complex artificial systems; Image Processing and Computer Vision; Computer virtual reality; Virtual laboratories for computer-aided design; Decision support systems; Information models of knowledge of and for education; Open social info-educational platforms; Web-based educational information systems; Semantic Web Technologies; Mathematical foundations for information modeling of knowledge; Discrete mathematics; Mathematical methods for research of complex systems.

It is represented that book articles will be interesting for experts in the field of information technologies as well as for practical users.

General Sponsor: Consortium FOI Bulgaria (www.foibg.com).

Printed in Ukraine



**ISBN 978-954-16-0048-1**

C\o Jusautor, Sofia, 2010

# НЕЧЕТКАЯ МОДЕЛЬ УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ВЫБОРА

**Николай Н. Маляр**

***Abstract:*** *Рассматриваются проблемы многокритериального выбора удовлетворительного решения при помощи аппарата нечеткой логики. Описаны методы построения и виды функции принадлежности. Приведен алгоритм моделирования нечеткого решения для данной задачи выбора.*

***Keywords****: задача многокритериального выбора, нечеткая логика, модель удовлетворительного решения.*

***ACM Classification Keywords****: H.1.1.Systems and Information Theory*

## Введение

Важным компонентом исследования общественных явлений в разных направлениях человеческой деятельности выступает проблема принятия решения. Каким бы решение не было, будь то простое решение, или сложно организованный многоэтапный процесс, решение является актом выбора на множестве возможных вариантов (альтернатив). Выбор одних может быть значащим только для отдельного индивида; другие же, например, принимаемые в экономической сфере, могут существенно затрагивать интересы многих людей. Чем более богатым является множество альтернатив, тем выше вероятность получения наилучшего из возможных решений. Основаниями для возникновения ситуации выбора являются, с одной стороны, ограниченность ресурсов, а с другой — возможность их использования для удовлетворения различных потребностей. Таким образом, выбор — это совокупность действий, которые выполняет человек для достижения целей (удовлетворения потребностей) в условиях ограниченности. Каждая экономическая система сталкивается с необходимостью совершать те или иные виды выбора, связываемые с получением ответов на такие основные вопросы: что и сколько производить; кто, какую работу, как и в какие сроки должен выполнять; для кого предназначены результаты работы. Как показывает практика, реальные задачи выбора это задачи с многими критериями.

## Постановка задачи

В общем случае задачу многокритериального выбора можно сформулировать в следующем виде. Задано множество альтернатив решения некоторой проблемы - $A = \{a_j\}_{j=1}^{m}$ и множество критериев $K = \{k_i\}_{i=1}^{n}$ для оценки полезности альтернатив. Каждой альтернативе $a_j$ лицо, принимающие решение(ЛПР) (или привлеченные к принятию решения эксперты) выставляют оценки $x_{ij}$ по всему множеству критериев $K$.То есть $x_{ij}$ это оценка $j$-й альтернативы по $i$-му критерию. Оценки выставляются или в баллах (например, всем привычная шкала оценок в системе образования) напрямую, или вычисляются в соответствующих единицах или в рамках нечеткой логики. Результаты оценивания представляются в виде матрицы решений.

***Таблица 1.*** **Матрица решений**

| | $a_1$ | $a_2$ | … | $a_m$ |
|---|---|---|---|---|
| $k_1$ | $x_{11}$ | $x_{12}$ | $\cdots$ | $x_{1m}$ |
| $k_2$ | $x_{21}$ | $x_{22}$ | $\cdots$ | $x_{2m}$ |
| … | … | … | … | … |
| $k_n$ | $x_{n1}$ | $x_{n2}$ | $\cdots$ | $x_{nm}$ |

Далее для каждого вектора оценок $\overline{x}_i = (x_{1i}, x_{2i}, ...x_{ni})$ вычисляется, в зависимости от примененной модели многокритериального выбора, что соответствует адекватной ситуации принятия решения, функция полезности $U_i$. Наилучшей объявляется та альтернатива, для которой функция полезности имеет максимальное значение – в случае, например, максимизации прибыли, или минимальное значение, например, при минимизации убытков. При вычислении значений полезности могут приниматься во внимание веса критериев $w_i$.

Как показывает практика, поведению людей отвечают как оптимизационные шаги, так и шаги получения удовлетворяющих результатов. Подтверждению этого служат следующие примеры с экономической сферы приведенные Нобелевским лауреатом Герберт А. Саймоном [Саймон 1999]: предпринимателя может совсем не беспокоить максимальный доход, просто он хочет получать доход, какой считает для себя достаточным; в современных условиях известны случаи, когда акционеры-владельцы и реальны управленцы – это разные люди и последние могут быть не заинтересованы в максимизации прибыли; в условиях несовершенной конкуренции максимизация дохода – сомнительная цель, так как оптимальное решение для одной фирмы зависит от поведения других фирм.

Приведенные примеры позволяют высунуть гипотезу, что «достаточная прибыль» по содержанию, более психологически связана с уровнем достижения, как с максимизацией. Более того, условия наступления удовлетворенности не являются неизменяемыми, а определяются уровнями достижения, которые могут быть выше или более низкими в зависимости от жизненного опыта. На основе этой теории (подхода) целью фирмы является не максимизация, а достижение определенного уровня прибыли, удержание определенной доли рынка или определенного уровня продажи ,то есть фирма будет пытаться достичь скорее всего удовлетворенности, чем максимизации.

Рассмотрим случай, когда множество альтернатив есть Паретовским множеством, а критерии эффективности измеряются в разных единицах измерения. Введем в рассмотрение фиктивную альтернативу Т, которую назовем точкой "удовлетворения". Координаты этой точки представляют собой оценки по соответствующим критериям, значениями которых ЛПР может быть удовлетворено. Таким образом, точка $T = (t_1, ..., t_n)$ есть точкой пространства $R_+$. Эти оценки могут быть:

а) точечными ($t_i \in R_+$ - неотрицательные числа);

б) интервальными ($t_i = [\alpha_i, \beta_i] \in R_+$ - интервалы);

в) нечеткими числами ($t_i = \{(t, \mu_i(t)) \mid t \in R_+\}$- замкнутые выпуклые подмножества на положительной полуоси $R_+$). Последний случай включает также лингвистические оценки и два предыдущих случая.

Одной из проблем, связанных с оценкой удовлетворенности, является то, что сама удовлетворенность представляет собой нечеткое, размытое понятие, на значение которого сильное влияние оказывают суждения, восприятие и эмоции человека. В связи с этим предлагается использовать при измерении удовлетворенности лингвистические переменные, т.е. такие переменные, значениями которых являются не числа, а слова или предложения на естественном или формальном языке [Кофман,1982].

Для значений лингвистических переменных, представляющих собой нечеткое подмножество, строится функция принадлежности, т.е. такая функция, которая каждому элементу из универсального множества всех возможных оценок ставит в соответствие число из интервала от 0 до 1, которое характеризует степень принадлежности данного элемента рассматриваемому нечеткому подмножеству.

***Определение.*** Нечетким множеством $B \subset Y$ называется совокупность пар вида $(x, \mu_B(y))$, где $y \in Y$, а $\mu_B$ (функция $Y \to [0;1]$) называется функцией принадлежности нечеткому множеству *B* . Значения $\mu_B(y)$ для конкретного *y* называются степенью принадлежности этого элемента нечеткому множеству *B*.

## Методы построения и виды функции принадлежности

Известным есть тот факт, что качество принятого решения зависит от того насколько адекватно построенная функция принадлежности отражает знания эксперта или экспертов. В настоящее время можно выделить две группы методов построения функций принадлежности: прямые и косвенные методы [Борисов,1990].

*Прямые методы* характеризуются тем, что ЛПР задает правила определения значений функции принадлежности $\mu_B(y)$, характеризующей элемент *y* непосредственно. Значения его предпочтений на множестве элементов Y согласуются следующим образом :

1. Для любых $y_1, y_2 \in Y$ $\mu_B(y_1)$ < $\mu_B(y_2)$ тогда и только тогда, когда $y_2$ предпочтительнее $y_1$, т.е. в большей степени характеризуется свойством *B*;

2. Для любых $y_1, y_2 \in Y$ $\mu_B(y_1)$ = $\mu_B(y_2)$ тогда и только тогда, когда $y_1$ и $y_2$ безразличны относительно свойства *B*.

Прямые методы задания функции принадлежности, используются как правило, для измеримых понятий, таких как цена, прибыль, скорость, время, расстояние, давление, температура и т.д. Разновидностями прямых методов являются прямые групповые методы, когда, например, группе экспертов предъявляют конкретный объект, и каждый должен дать один из двух ответов: принадлежит или нет этот объект к заданному множеству. Число утвердительных ответов, деленное на общее число экспертов, дает значение функции принадлежности объекта к данному нечеткому множеству.

К прямым методам относятся также непосредственное задание функции принадлежности таблицей, графиком или формулой.

Как показывает анализ результатов исследований и решения практических задач, связанных с необходимостью обрабатывать информацию, что прямые методы в основном используются в качестве вспомогательных, т. к. характеризуются большой долей субъективизма.

*Косвенные методы* характеризуются тем, что значения функции принадлежности выбираются таким образом, чтобы удовлетворить заранее сформулированным условиям. В таких случаях экспертная информация является только исходной информацией для дальнейшей обработки. Дополнительные условия могут налагаться как на вид получаемой информации, так и на процедуру ее обработки. Эти методы, как правило, используются в тех случаях, когда нет элементарных измеримых свойств, через которые определяются нечеткие множества. К таким методам можно отнести статистический метод, метод парных сравнений, метод экспертных оценок и ряд других. Рассмотрим наиболее часто используемые методы.

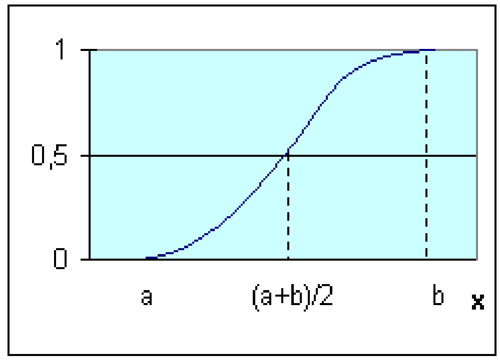
Метод построения функции принадлежности на основе парных сравнений базируется на отражении мнения эксперта об относительной принадлежности элементов множеству или степени выраженности у них свойства, формализуемого множеством. Степень принадлежности элементов множеству определяется посредством парных сравнений. Мнения экспертов отражены в матрицах оценок.

Метод статистических данных, основан на обработке статистической информации, может быть использован для формализации задачи выбора альтернатив. В качестве степени принадлежности элемента множеству принимается оценка частоты использования понятия, задаваемого нечетким множеством, для характеристики элемента. Функции принадлежности получаются при использовании специальных матриц подсказок [Борисов,1990]. Данный метод позволяет экспертам, как определять конкретное множество допустимых альтернатив, так и удаление не нужных альтернатив. В данном случае оценки отдельных экспертов можно рассматривать как независимые реализации случайной величины.

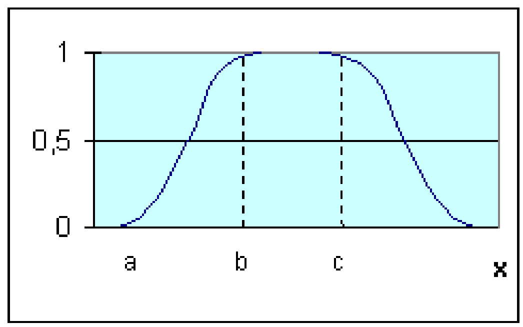
Построение функции принадлежности на основе экспертных оценок [Борисов, 1990]. Данный метод построения функций принадлежности базируется на использовании нечетких чисел, приблизительно равных некоторому четкому числу, и приближенных интервальных оценок, отражающих мнения экспертов по рассматриваемому вопросу. Задача сводится к отысканию параметров заранее заданной функции, при решении которой используются результаты экспертного опроса. Как показал анализ различных источников, посвященных методам построения функций принадлежности, данный метод целесообразнее всего использовать при решении задач выработки и оценки альтернатив.

Основные виды функций принадлежности, применяемые в теории нечетких множеств [Алтунин,2000] приведены на рис.1.

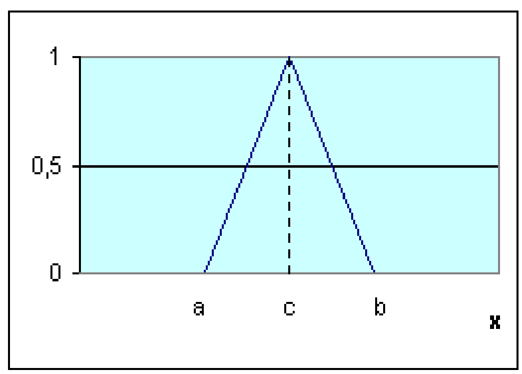
$$\mu_1(x,a,b)=\begin{cases}0,\ если\ x\le a;\\ \dfrac{2(x-a)^2}{(b-a)^2},\ если\ a<x\le\dfrac{a+b}{2};\\ 1-\dfrac{2(x-a)^2}{(b-a)^2},\ если\ \dfrac{a+b}{2}<x<b;\\ 1,\ если\ x\ge b.\end{cases}$$



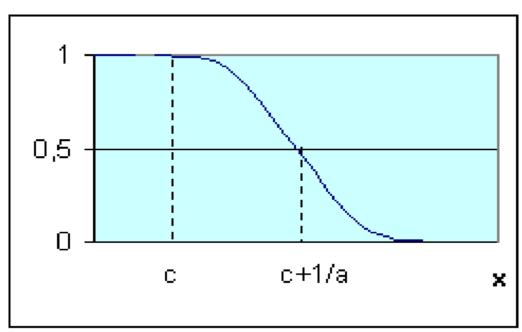

$$\mu_2(x,a,b,c)=\begin{cases}\mu_1(x,a,b),\ если\ x<b;\\ 1,\ если\ b\le x\le c;\\ 1-\mu_1(x,c,c+b-a),\ если\ x>c.\end{cases}$$



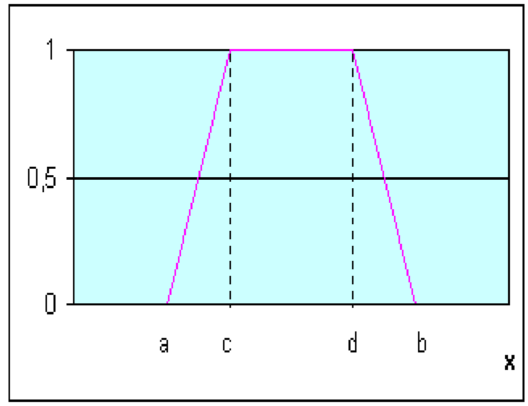

$$\mu_3(x,a,b,c)=\begin{cases}0,\ если\ x\le a;\\ \dfrac{x-a}{c-a},\ если\ a<x\le c;\\ \dfrac{b-x}{b-c},\ если\ c<x<b;\\ 0,\ если\ x\ge b.\end{cases}$$



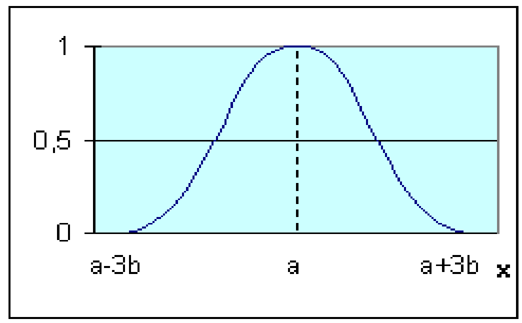

$$\mu_4(x,a,b,c)=\begin{cases}1,\ если\ x\le c;\\ \left(1+(a(x-c))^b\right)^{-1},\ если\ x>c.\end{cases}$$



$$\mu_5(x,a,b,c,d)=\begin{cases}0,\ если\ x\le a;\\ \dfrac{x-a}{c-a},\ если < x < c;\\ 1,\ если\ c\le x\le d;\\ \dfrac{b-x}{b-d},\ если\ d < x < b;\\ 0,\ если\ x\ge b.\end{cases}$$




$$\mu_6(x,a,b)=\exp\left[-\frac{(x-a)^2}{2b^2}\right]$$




$$\mu_7(x,a,b)=[1+\exp(-a(x-b))]^{-1}$$

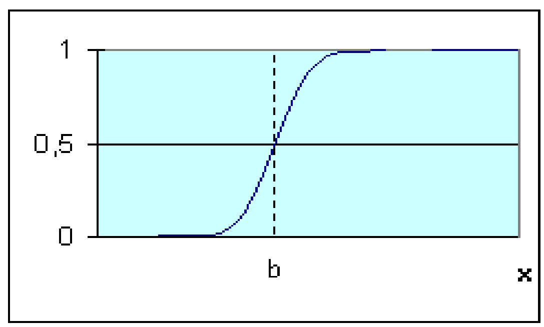



***Рис 1.*** Виды функций принадлежности.

## Алгоритм построения нечеткой модели решения

Предположим, что заданное множество альтернатив $A=\{a_j\}_{j=1}^m$ может быть оценено при помощи совокупности критериев эффективности $K=\{k_i\}_{i=1}^n$ и соответствующие оценки $x_{ij}$ выражены в естественных единицах измерения для каждого из критериев. Ставится задача выбора наилучшей альтернативы. Пускай ЛПР может задать свою удовлетворенность по каждому из критериев, то есть свою точку “удовлетворения” и каким результатом относительно этой точки он был бы удовлетворен (термы для лингвистической переменной) [Маляр,2005,2006,2008].

Построим, для данной ситуации модель решения используя теорию нечетких множеств в виде обобщенного алгоритма:

***Шаг 1.*** Зададим для каждого критерия: точку “удовлетворения” в виде точечного результата или интервального или нечеткого числа и его полезность в виде весового коэффициента $w_i$.

***Шаг 2.*** Выберем для лингвистической переменной «наилучшая» одно из значений терма: «близко», «не хуже», «намного лучше» и т.д.

***Шаг3.*** Построим нечеткую матрицу решений $Z=(z_{ij})$ используя: матрицу решений $X=(x_{ij})$, точку "удовлетворения" $T=(t_1,...,t_n)$ и значения лингвистической переменной.

***Шаг 4.*** Произвести нормализацию весовых коэффициентов.

***Шаг 5.*** Ищем решение задачи выбора в виде композиционного правила Заде($V=W\circ Z$).

**Примечание.** Для построения нечеткой матрицы решений (***шаг 3***), в зависимости от значений координат точки "удовлетворения" и терма лингвистической переменной могут использоваться различные виды функции принадлежности, приведенные на рис 1.

## Заключение

Данный подход позволяет представить модель задачи выбора через размытые множества. Используя его, ЛПР может строить свое размытое множество, которое зависит от множества критериев эффективности, точки „удовлетворения", его определения и способа построения функции принадлежности. Таким образом, нечеткое множество $V$ будем считать моделью выбора, то есть его функцию принадлежности используем как функцию полезности альтернатив. Относительно значений этой функции может осуществляться ранжирование альтернатив.

## Библиография


[Алтунин, 2000] Алтунин А.Е., Семухин М.В. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях: Монография. Тюмень: Издательство Тюменского государственного университета, 2000, 352 с.

[Борисов, 1990] Борисов А.Н., Крумберг О.А., Федоров И.П. Принятие решения на основе нечетких моделей: примеры использования. – Рига, "Знание", 1990, 184 с.

[Кофман, 1982] Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств. М: Радио и связь, 1982, 432с.

[Маляр, 2005] Маляр М.М. Описання задач вибору на мові розмитих множин // Вісник Київського університету.Вип.4: Серія: фіз.-мат. науки, Київ, 2005.- С.197-201.

[Маляр, 2006] Маляр М.М. Задача вибору та підхід до її розв'язання // Вісник СевДТУ.Вип.50: Інформатика,електроніка,зв'язок: Зб. наук. пр. – Севастополь: Вид-во СевДТУ,2006.- С. 98-104.

[Маляр, 2008] Маляр Н.Н.Применение нечеткой логики для задач коллективного выбора // Alexey Voloshin, Krassimir Markov, Krassimira Ivanova, Mykola Malyar, Ilia Mitov (ed.). Artificial Intelligence and Decision Making.International Book Series "INFORMATION SCIENCE & COMPUTING", Number 7, Supplement to the International Journal "INFORMATION TECHNOLOGIES & KNOWLEDGE" Volume 2 / 2008, Institute of Information Theories and Applications FOI ITHEA - Sofia, Bulgaria, 2008. – P. 99 -102.

[Саймон, 1999] Герберт А. Саймон. Теория принятия решений в экономической теории и науке о поведении // Вехи экономической мысли. Теория потребительского поведения и спроса. Т.1./ Под ред. В.М. Гальперина. СПб.: Экономическая школа, 1999г.


## Сведения об авторе


***Маляр Николай Николаевич*** *– декан математического факультета, заведующий кафедрой кибернетики и прикладной математики Ужгородского национального университета, кандидат технических наук, доцент, Украина, Ужгород, ул. Подгорная,46; e-mail: malyarmm@gmail.com*