

## МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ РЕГИОНАЛЬНЫХ БЮДЖЕТОВ

Диана Омельянчик

**Аннотация:** Рассмотрена оптимизационная модель регионального бюджета и межбюджетных отношений. Предлагается математическая модель задачи оптимизации баланса величин налоговых ставок и ставок отчислений для региональных бюджетов, которая приводит к задачам непрерывной и комбинаторной оптимизации.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, региональный бюджет, межбюджетные отношения, налоговые ставки, комбинаторная оптимизация.

**ACM Classification Keywords:** G.1.6: Mathematics of Computing: Numerical Analysis: Optimization; H.4.2 Information Systems Applications: Types of Systems: Decision Support.

**Conference topic:** Decision making. .

---

### Введение

Одной из наиболее актуальных проблем как развивающихся стран, так и стран с переходной экономикой является недостаточная самостоятельность регионов в свете современных тенденций децентрализации государственного управления. Независимость регионального самоуправления невозможна без достаточной финансовой базы, способной удовлетворять потребности региона, а этого можно достигнуть только в результате эффективной бюджетной политики государства. Исходя из этого, создание математической модели регионального бюджета и межбюджетных отношений, с помощью которой можно адекватно решать проблемы оптимизации разнообразных финансово-экономических и социальных показателей, является необходимым условием успешности экономики всей страны.

Цель работы – описать одну из возможных математических моделей регионального бюджета и межбюджетных отношений, формализовать основные аспекты управления региональным бюджетом и критерии его оптимизации, сформулировать задачу поиска величины оптимальных налоговых ставок в виде задачи комбинаторной оптимизации.

Изучению механизмов бюджетного процесса и межбюджетных отношений посвящены научные исследования многих отечественных и зарубежных ученых. Построенные модели можно классифицировать с помощью двух характеристик: стадии бюджетного процесса и использованной математической концепции.

В основном, внимание исследователей привлекает первая стадия бюджетного процесса – прогнозирование и планирование. Разные подходы к построению подобных моделей представлены в работах [Sinnuany-Stern, 1993] и [Лукша, 1997]. Вторая (выполнение бюджета) и третья (анализ и мониторинг выполнения бюджета) стадии наиболее интересны с точки зрения создания разнообразных программно-алгоритмических комплексов (см. [Степина, 1986], [Нариньяни, 2008]) и введения специальных бюджетных коэффициентов, позволяющих анализировать эффективность государственного управления на региональном уровне. Также в эту классификацию стоит ввести задачи, посвященные расчету оптимального объема межбюджетного трансферта регионам, которые нуждаются в поддержке. Возможные подходы к ее решению можно найти в работах российских ученых [Соколова, 2002], [Россель, 1994], [Смирнов, 1996].

Спектр математических методов, которые применяются для выполнения заданий региональной бюджетной политики, очень широк. В ранних моделях бюджетов предлагается использование линейной регрессии, временных рядов, многокритериальной оптимизации и балансового подхода. С развитием таких смежных областей науки, как прикладная математика и математическая экономика, для описания бюджетных процессов начинают применять методы стохастической математики, теории нечетких множеств, теории игр, нейронные сети.

Исходя из предложенной классификации, в данной статье рассматривается модель планирования и прогнозирования регионального бюджета на основе методов комбинаторной оптимизации. Применение алгоритмов комбинаторной оптимизации к подобным задачам управления представляет интерес с научной и практической точки зрения.

### Оптимизационная модель регионального бюджета и межбюджетных отношений

В данной статье предлагается следующая оптимизационная модель регионального бюджета и межбюджетных отношений (рис.1). Бюджет высшего уровня (государственный бюджет) рассматривается лишь в качестве звена, которое осуществляет перераспределение средств, поступивших из региональных бюджетов. Также предполагается, что бюджет региона сначала имеет только два источника доходов: налоги и доходы собственных предприятий. По результатам финансовой деятельности региона и в соответствии с поступлениями в бюджет высшего уровня, рассчитывается сумма трансферта соответствующему региональному бюджету. Расходы регионального бюджета состоят из отчислений в бюджет высшего уровня и затрат на финансирование бюджетных программ.

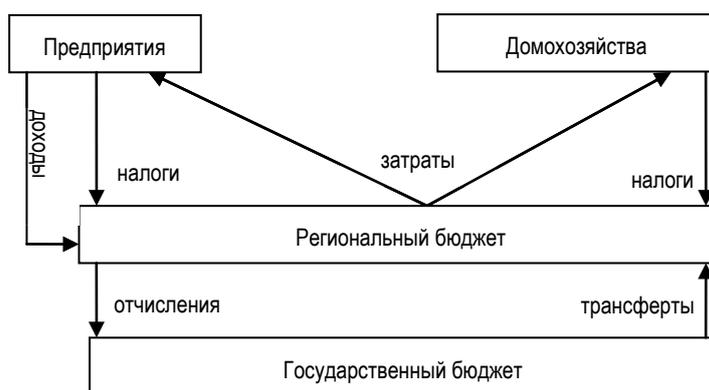


Рис. 1.

Для подобной упрощенной модели регионального бюджета можно поставить серию задач оптимизации. В качестве возможных параметров регулирования определяются: налоговая ставка; ставка отчислений в бюджет высшего уровня; доли статей расходов; минимально необходимая сумма расходов; корректирующие коэффициенты расчета трансферта. В зависимости от желаемых целей, критерии также могут быть разными. Например, минимизация дефицита бюджета или расчет оптимальной величины трансферта. Интересной задачей является выбор наилучшего сценария бюджетной политики, который можно осуществить с помощью регулирования целевых коэффициентов: показателя дотационности, уровня финансовой независимости региона, показателя донорства, показателя дефицитности бюджета, показателя бюджетного покрытия, показателя бюджетной задолженности, показателя бюджетной результативности территорий и т.д.

Перейдем к формальному описанию модели. Введем обозначения для экономических величин, участвующих в модели. Пусть:

$n$  - количество статей налоговых поступлений в бюджет региона;

$m$  - количество статей расходов бюджета;

$S_i$  - сумма, подлежащая налогообложению по статье  $i$ ;

$T_i$  - налоговая ставка  $i$ -ого налога;

$g_i$  - ставка отчислений в бюджет высшего уровня по  $i$ -ой статье налогов;

$v_j$  - доля расходов бюджета по статье  $j$ ;

$m_j$  - минимальная сумма расходов по статье  $j$ , необходимая для функционирования региона;

$L_{T_i}, U_{T_i}$  - нижняя и верхняя границы налоговой ставки по  $i$ -ому налогу;

$L_{g_i}, U_{g_i}$  - нижняя и верхняя границы ставки отчислений по  $i$ -ой статье;

$L_{v_j}, U_{v_j}$  - нижняя и верхняя границы доли расходов по статье  $j$ ;

$P$  - доход собственных предприятий;

$E$  - расчетная величина расходов бюджета;

$C$  - корректирующий коэффициент;

$D$  - величина межбюджетного трансферта;

$H$  - среднегодовая численность населения региона.

Суммарные доходы региона  $I$  в рамках нашей модели состоят из налоговых поступлений и доходов собственных предприятий региона, что можно записать так:

$$I = \sum_{i=1}^n S_i T_i + P.$$

Суммарные расходы региона  $W$  состоят из расходов на реализацию бюджетных программ и отчислений налоговых поступлений в бюджет высшего уровня. В формальной постановке будем предполагать, что расходы на реализацию бюджетных программ задаются извне в виде расчетной величины расходов бюджета. Общее выражение для вычисления расходов  $W$  можно представить в таком виде:

$$W = \sum_{j=1}^m S_j T_j g_j + E.$$

Учитывая отчисления в бюджет высшего уровня, собственные доходы региона  $I'$  в рамках нашей модели можно записать так:

$$I' = \sum_{i=1}^n S_i T_i (1 - g_i) + P.$$

В случае, когда расчетные расходы бюджета превышают ожидаемые доходы ( $I < W$ ), со стороны государственного бюджета региону предоставляется межбюджетный трансферт  $D$ :

$$D = C(W - I).$$

Доли статей расходов в итоговой сумме должны давать единицу:

$$\sum_{j=1}^m v_j = 1, v_j \geq 0, j = \overline{1, m}. \quad (1)$$

Расчетная величина расходов должна превышать суммарные минимальные расходы по бюджетным программам, необходимые для функционирования региона:

$$E = \sum_{j=1}^m v_j E \geq \sum_{j=1}^m m_j \quad (2)$$

Или

$$v_j E \geq m_j, j = \overline{1, m}. \quad (3)$$

Минимальные необходимые расходы также должны удовлетворять внутреннему условию непротиворечивости:

$$\frac{m_j}{\sum_{j=1}^m m_j} \geq v_j. \quad (4)$$

В завершение, добавим условия ограниченности налоговых ставок, ставок отчисления и долей статей расходов:

$$L_{T_i} \leq T_i \leq U_{T_i}, i = \overline{1, n}, T_i \in [0, 1], \quad (5)$$

$$L_{g_i} \leq g_i \leq U_{g_i}, i = \overline{1, n}, g_i \in [0, 1], \quad (6)$$

$$L_{v_j} \leq v_j \leq U_{v_j}, j = \overline{1, m}, v_j \in [0, 1]. \quad (7)$$

Теперь, используя приведенные обозначения, формализуем возможные критерии оптимизации бюджетной политики:

- Дефицит бюджета  $\Delta$ . Рассчитывается как разность между доходами и расходами бюджета:

$$\Delta = I + D - W = \sum_{i=1}^n S_i T_i + P + C \left( \sum_{i=1}^n S_i T_i g_i + E - \sum_{i=1}^n S_i T_i - P \right) - \sum_{i=1}^n S_i T_i g_i - E.$$

- Финансовая независимость региона  $FI$ . Рассчитывается как отношение собственных доходов к общим расходам:

$$FI = \frac{I'}{V} = \frac{\sum_{i=1}^n (1 - g_i) S_i T_i + P}{\sum_{i=1}^n S_i T_i g_i + E}. \quad (8)$$

- Показатель дефицитности бюджета  $DB$ . Рассчитывается как отношение дефицита бюджета к общим расходам бюджета:

$$DB = \frac{\Delta}{W} = \frac{\sum_{i=1}^n S_i T_i + P + C \left( \sum_{i=1}^n S_i T_i g_i + E - \sum_{i=1}^n S_i T_i - P \right) - \sum_{i=1}^n S_i T_i g_i - E}{\sum_{i=1}^n S_i T_i g_i + E}.$$

- Показатель дотационности бюджета  $TB$ . Рассчитывается как отношение величины полученного трансферта к собственным доходам:

$$TB = \frac{D}{I'} = \frac{C(W - I)}{\sum_{i=1}^n S_i T_i (1 - g_i) + P} = \frac{C \left( \sum_{i=1}^n S_i T_i g_i + E - \sum_{i=1}^n S_i T_i - P \right)}{\sum_{i=1}^n S_i T_i (1 - g_i) + P}.$$

- Показатель донорства региона  $DR$ . Рассчитывается как отношение налоговых отчислений к величине полученного трансферта:

$$DR = \frac{\sum_{i=1}^n S_i T_i g_i}{C \left( \sum_{i=1}^n S_i T_i g_i + E - \sum_{i=1}^n S_i T_i - P \right)}$$

- Коэффициент бюджетной результативности региона  $BE$ . Рассчитывается как отношение собственных доходов бюджета к среднегодовой численности региона:

$$BE = \frac{\sum_{i=1}^n S_i T_i (1 - g_i) + P}{H}$$

- Коэффициент бюджетного покрытия  $BC$ . Рассчитывается как отношение общих доходов бюджета к его общим расходам:

$$BC = \frac{I + D}{W} = \frac{\sum_{i=1}^n S_i T_i (1 - g_i) + P + C \left( \sum_{i=1}^n S_i T_i g_i + E - \sum_{i=1}^n S_i T_i - P \right)}{\sum_{i=1}^n S_i T_i g_i + E}$$

- Коэффициент бюджетной обеспеченности населения  $BW$ . Рассчитывается как отношение величины расходов бюджета к среднегодовой численности населения региона:

$$BW = \frac{E}{H} = \frac{\sum_{j=1}^m v_j E}{H}$$

---

### Задача оптимизации баланса величин налоговых ставок и ставок отчислений для региональных бюджетов

---

Пусть  $x = (x_1, \dots, x_n)$  - вектор искомых налоговых ставок,  $y = (y_1, \dots, y_n)$  - вектор соответствующих ставок отчислений в бюджет высшего уровня. В качестве критерия оптимальности будем использовать коэффициент финансовой независимости бюджета (8). Целевое значение этого критерия равно 1. Учитывая это, в предложенных выше обозначениях целевую функцию задачи можно записать в виде

$$F(x, y) = \left( \frac{\sum_{i=1}^n (1 - y_i) S_i x_i + P}{\sum_{i=1}^n S_i x_i y_i + E} - 1 \right)^2 \tag{9}$$

.Тогда с математической точки зрения задача состоит в минимизации целевой функции

$$F(x, y) \rightarrow \min$$

при условии выполнения ограничений, аналогичных (5)-(6)

$$L_{T_i} \leq x_i \leq U_{T_i}, i = \overline{1, n}, x_i \in [0, 1],$$

$$L_{g_i} \leq y_i \leq U_{g_i}, i = \overline{1, n}, y_i \in [0, 1],$$

Остальные ограничения модели (1)-(4), (7) считаются выполненными, если данные заданы корректно.

Подобным образом можно ставить задачи оптимизации с другими критериями или параметрами управления.

Теперь покажем, как свести описанную выше задачу, к задаче комбинаторной оптимизации. Пусть  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$  -  $n$ -мерный вектор налоговых ставок. Множества  $X_i, i = \overline{1, n}$  конечны и имеют вид

$$X_i = \left\{ x : x = L_{T_i} + j\Delta_{T_i}, j = 0, \overline{\frac{U_{T_i} - L_{T_i}}{h_{T_i}}}, x \in [0, 1] \right\},$$

где  $h_{T_i}$  - шаг дискретизации,  $L_{T_i}$  и  $U_{T_i}$  - нижнее и верхнее граничное значение для  $i$ -ой налоговой ставки.

Пусть  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in Y_1 \times Y_2 \times \dots \times Y_n$  -  $n$ -мерный вектор ставок отчислений в бюджет высшего уровня. Множества  $Y_i, i = \overline{1, n}$  конечны и имеют вид

$$Y_i = \left\{ y : y = L_{g_i} + j\Delta_{g_i}, j = 0, \overline{\frac{U_{g_i} - L_{g_i}}{h_{g_i}}}, y \in [0, 1] \right\},$$

где  $h_{g_i}$  - шаг дискретизации,  $L_{g_i}$  и  $U_{g_i}$  - нижнее и верхнее граничное значение для  $i$ -ой ставки отчисления.

Такой подход говорит о том, что в предложенной модели процентные ставки могут принимать только конечное число значений в рамках определенного коридора, и в процессе решения задачи оптимизации изменяться лишь на фиксированную величину – шаг. С экономической точки зрения, подобное допущение вполне допустимо, поскольку реальная налоговая ставка составляет, скорей всего, целую величину – например, 20%, а не 19,325%. К тому же, при поиске оптимальной налоговой ставки также логичнее изменять ее с целым шагом – например, на 5% или 1%.

Сама задача состоит в поиске таких векторов  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  и  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ , для которых достигается минимальное значение целевой функции (9) при ограничениях

$$x_i \in X_i, i = \overline{1, n},$$

$$y_i \in Y_i, i = \overline{1, n}$$

Сформулированная таким образом задача является задачей комбинаторной оптимизации повышенной размерности со сложной целевой функцией, поэтому для ее решения целесообразно использовать прикладные методы комбинаторной оптимизации [Сергиенко, 2009].

---

## Заключение

---

В работе предложена оптимизационная модель регионального бюджета и межбюджетных отношений. На основе этой модели формализованы важнейшие показатели управления региональным бюджетом и критерии его оптимизации, сформулирована задача поиска величины оптимальных налоговых ставок в виде задачи непрерывной и комбинаторной оптимизации.

Вообще говоря, для описания бюджетного процесса наиболее приемлемой является форма некоторого алгоритма действий (инструкций). Действительно, бюджет есть результатом последовательного принятия серии решений различными участниками бюджетного процесса. Кроме того, это рекуррентная задача, которая решается ежегодно. Практика показывает, что сложные задачи такого вида, соответствующие органы государственного управления разбивают на серию меньших подзадач и решают уже их в определенной последовательности. Очевидно, что лицам, принимающим непосредственное участие в формировании регионального бюджета, сложно учесть массу действующих факторов и их взаимосвязи, чтобы достигать оптимально сбалансированного использования ресурсов региона, распределенных функциями бюджета для достижения определенных целей. Именно поэтому, использование методов комбинаторной оптимизации при построении оптимизационной модели планирования и прогнозирования регионального бюджета является весьма перспективным подходом.

---

## Благодарности

---

Статья опубликована благодаря финансовой поддержке проекта ITHEA XXI Института информационных теорий и приложений FOI ITHEA ([www.ithea.org](http://www.ithea.org)) и Ассоциации создателей и пользователей интеллектуальных систем ADUIS Ukraine ([www.aduis.com.ua](http://www.aduis.com.ua)).

---

## Библиография

---

[Crecine, 1986] Crecine J. A computer simulation model of municipal budgeting. In: Management Science (pre-1986), Jul 1967, 13, 11, ABI/INFORM Global. – P. 786.

[Sinnuany-Stern, 1993] Sinnuany-Stern Z. A network optimization model for budget planning in multi-objective hierarchical systems // Journal of Operational Research Society. – 1993. – 44, No. 3. – P. 297-308.

[Лукша, 1997] Лукша П.О. Оптимизация бюджетного процесса на муниципальном и региональном уровне. – М: Высшая школа экономики, 1997.

[Нариньяни, 2008] [http://www.raai.org/cai-08/files/cai-08\\_paper\\_167.doc](http://www.raai.org/cai-08/files/cai-08_paper_167.doc)

[Сергиенко, 2009] Сергиенко И.В., Гуляницкий Л.Ф., Сиренко С.И. Классификация прикладных методов комбинаторной оптимизации // Кибернетика и системный анализ. – 2009. – №5. – С. 71–83.

[Соколова, 2002] Соколова С.В. Проблемы бюджетной недостаточности муниципальных образований // Вестник СПбГУ. – 2002. – 13. – С. 34-49.

---

## Автор

---

**Диана Омелянчик** – студентка 6-го курса факультета кибернетики Киевского национального университета имени Тараса Шевченко (г.Киев), e-mail: [omelyanchikd@gmail.com](mailto:omelyanchikd@gmail.com).

Сфера научных интересов: математическое моделирование; комбинаторная оптимизация; математическая экономика; региональные бюджеты.