Decision Making

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОЦЕНКА АЛЬТЕРНАТИВ

Альберт Воронин

***Аннотация**: Показано, что при векторном подходе задача принятия решений посредством декомпозиции свойств альтернатив представляется иерархической системой критериев. На нижнем уровне иерархии осуществляется оценка альтернативы по отдельным свойствам при помощи вектора критериев, а на верхнем уровне посредством механизма композиции получается оценка альтернативы в целом. Задача решается методом вложенных скалярных сверток. Методология решения задачи основана на принципе дополнительности Н. Бора и теореме о неполноте К. Гёделя.*

***Ключевые слова:** свойства альтернатив, декомпозиция и композиция свойств, иерархическая структура, вложенные скалярные свёртки, многокритериальность, принцип дополнительности Н. Бора, теорема о неполноте К. Гёделя.*

***ACM Classification Keywords:** H.1 Models and Principles – H.1.1 – Systems and Information Theory; H.4.2 – Types of Systems.*

Содержание проблемы

Задача принятия решений в общем виде [1] может быть представлена схемой

$$\{\{x\}, Y\} \to x^*,$$

где $\{x\}$ – множество объектов (альтернатив); Y – функция выбора (правило, устанавливающее предпочтительность на множестве альтернатив); x^* – выбранные альтернативы (одна или более).

Множество $\{x\}$ может быть дискретным (пример: несколько проектов самолета, из которых надо выбрать лучшие) или континуальным (диапазон положений регулятора настройки радиоприёмника, из которого выбирается настройка на нужный канал).

Функция Y определяется принципом выбора альтернатив. В теории принятия решений различают два подхода к оценке объектов (альтернатив), подлежащих выбору. Один из них – оценка объекта *в целом* и выбор альтернативы по непосредственному сравнению объектов как **гештальтов** (гештальт: целостный образ объекта без детализации свойств). Хрестоматийный пример – оценка игры актёра К. Станиславским: «Верю!». Понятно, что целостный подход является откровенно субъективным, основан на индивидуальных предпочтениях лица, принимающего решение (ЛПР) и совершенно не поддается формализации. Имеет место дихотомия при выборе альтернатив: «нравится» – «не нравится». Если же возникает вопрос – *почему* нравится (или не нравится), то следует воспользоваться вторым подходом к оценке альтернатив.

Второй подход – детализация и оценка тех или иных *векторов* **свойств** объектов и принятие решений по результатам сравнения этих свойств.

Если целостный подход предусматривает выбор x^* непосредственно по функции выбора Y, то механизм векторного подхода требует осуществить декомпозицию (разложение) функции Y на совокупность (вектор) из функций выбора y. Под *декомпозицией* функции выбора Y понимается ее эквивалентное представление с помощью определенной совокупности других функций выбора y, *композицией* которых является исходная функция выбора Y.

Современная тенденция в теории принятия решений состоит в использовании векторного подхода. Это объясняется его объективностью и всесторонностью, а также принципиальной возможностью применения формализованных методов. Учитывается также конкретность и четкость подхода, так как по узкому вопросу меньше расхождений во мнениях, легче собрать бесспорные факты.

Предполагается, что в отношении отдельного свойства существенно проще сказать, какая из альтернатив предпочтительней для ЛПР. Так, в задаче выбора наилучшего проекта самолета гораздо уверенней можно говорить о том, что проект А лучше проекта В *по свойству* комфортности, или надежности, или грузоподъемности, нежели о том, что проект А лучше проекта В *в целом*. Выделение свойств альтернатив является декомпозицией, приводящей к иерархической структуре свойств. Свойства первого иерархического уровня могут делиться на следующие наборы свойств и т.д. Глубина деления определяется стремлением дойти до тех свойств, которые удобно сравнивать друг с другом.

Действительно, в примере с самолетом судить о комфортности, конечно, легче, чем о самолете в целом, но такое качественное свойство для сравнения также не совсем удобно и требует дальнейшей декомпозиции для удобства и объективности сопоставления свойств. Поэтому свойство комфортности, в свою очередь, подвергается декомпозиции на: а) уровень шумности в салоне, б) уровень вибрации пола, в) расстояние между креслами и др. Эти характеристики выражаются в числах и объективны.

Свойства, для которых существуют объективные численные характеристики, принято называть критериями. Более строго: ***критериями*** *называются количественные показатели свойств объекта, числовые значения которых являются мерой качества объекта оценки по отношению к данному свойству.* Получение набора критериев – конечный итог иерархической декомпозиции. Количество уровней зависит от требуемой глубины декомпозиции. Сложность заключается в том, что для каждого из начальных свойств глубина декомпозиции может быть различной, а на каждом уровне иерархии необходимо нормировать разнородные множества критериев.

Подход сравнения по отдельным свойствам, при всей своей привлекательности, порождает серьезную проблему обратного перехода к требуемому сравнению альтернатив в целом. Эта проблема предполагает решение задачи *композиции* критериев по уровням иерархии, что достаточно непросто, особенно при значительной глубине декомпозиции свойств. В простейшем и наиболее распространенном случае (двухуровневая иерархия) задача композиции решается традиционным получением однократной скалярной свёртки критериев, численная величина которой является оценкой качества данного объекта (альтернативы) в целом. Но уже при наличии трехуровневой иерархии требуются другие подходы.

Изложенное дает основание утверждать, что *любая многокритериальная задача может быть представлена иерархической системой*, на нижнем уровне которой осуществляется оценка объекта по отдельным свойствам при помощи вектора критериев, а на верхнем уровне посредством механизма композиции получается оценка объекта в целом. Центральной здесь является проблема композиции критериев по уровням иерархии.

Постановка задачи

Качество альтернативы определяется иерархической системой векторов

$$y^{(j-1)} = \{y_i^{(j-1)}\}_{i=1}^{n^{(j-1)}},\ j \in [2, m],$$

где $y^{(j-1)}$ – вектор критериев на (j-1)-м уровне иерархии, по компонентам которого оценивается качество свойств альтернативы на j-м уровне; m – количество уровней иерархии; $n^{(j-1)}$ – количество оцениваемых свойств (j-1)-го уровня иерархии. Численные значения n критериев $y^{(1)} = y$ первого уровня иерархии для данной альтернативы заданы. Ясно, что $n^{(1)} = n$ и $n^{(m)} = 1$.

Один и тот же критерий (j-1)-го уровня может участвовать в оценке нескольких свойств j-го уровня, т.е. в иерархии возможны перекрестные связи. Структурная схема системы критериев качества альтернативы показана на Рис.1.

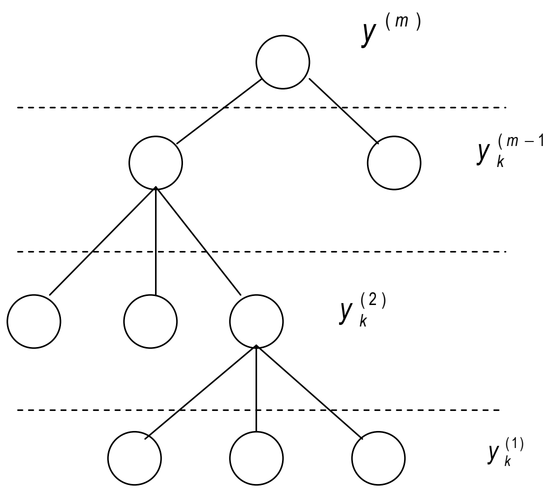

Рис.1

Важность (значимость) каждой из компонент критерия (j-1)-го уровня при оценке k-го свойства j-го уровня характеризуется коэффициентом приоритета, их совокупность составляет систему векторов приоритета

$$p_{ik}^{(j-1)} = \{p_{ik}^{(j-1)}\}_{k=1}^{n^{(j)}},\ j \in [2, m].$$

Требуется найти аналитическую оценку y^* и качественную оценку эффективности данной альтернативы, а из имеющихся альтернатив выбрать лучшую.

Метод решения

Для решения поставленной задачи используем системный подход, при котором каждая из альтернатив (объектов) рассматривается как совокупность элементов с различными (в том числе противоречивыми) свойствами, отличными от свойств всей системы в целом.

Сложные системы, находясь в разных условиях (ситуациях, режимах), обнаруживают различные системные свойства, в том числе и не совместимые ни с одной из остальных ситуаций по отдельности. При их изучении применяется подход, состоящий в создании и одновременном сосуществовании не одной, а множества теоретических моделей одного и того же явления, причем некоторые из них концептуально противоречат друг другу. Однако ни одной нельзя пренебречь, поскольку каждая характеризует какое-то свойство изучаемого явления и ни одна не может быть принята как единая, так как не выражает полного комплекса его свойств. Интересно сопоставить сказанное с **принципом дополнительности**, введенным в науку Нильсом Бором: "...Для воспроизведения целостности явления следует применять взаимоисключающие "дополнительные" классы понятий, каждый из которых может быть использован в своих, особых условиях, но только взятые вместе, исчерпывают всю поддающуюся определению информацию". Для полного описания объекта они равно необходимы и поэтому не противоречат, а *дополняют* друг друга.

Множественные свойства сложной системы в той или иной ситуации ее функционирования количественно оцениваются соответствующими частными критериями. В разных ситуациях ранг "наиболее важного" приобретают разные свойства и, соответственно, разные частные критерии. Таким образом, взаимоисключающие "дополнительные" классы понятий, в роли которых выступают отдельные теоретические модели, характеризуются противоречивыми частными критериями, каждый из которых наиболее применим в своих, особых условиях. Именно принцип дополнительности связывает эти критерии при многокритериальной оценке. И только полная совокупность частных критериев (векторный критерий) дает возможность адекватной оценки функционирования сложной системы как проявления противоречивого единства всех ее свойств.

Однако эта возможность представляет собой только необходимое, но не достаточное условие векторной оценки всей альтернативы в целом. Действительно, пусть на нижнем уровне иерархии критериев определены численные значения таких частных критериев свойства комфортности самолета, как расстояние между креслами, уровень шума в салоне, амплитуда вибрации пола и пр. Значит ли это, что мы, зная эти величины, можем оценить свойство комфортности в целом? Нет, не можем.

Здесь уместно вспомнить старую индийскую притчу о слепых, которые знакомились со слоном. Один прикоснулся к хоботу и решил, что слон похож на змею. Второй взял в руки ухо и сказал, что слон напоминает ему простыню. Третий ощупал ногу и заявил, что слон – это столб.

Для целостной оценки необходимо выйти из нижнего уровня иерархии и подняться на следующий ярус, т.е. осуществить акт композиции критериев. Сопоставим это с теоремой о неполноте Курта Гёделя «…В любой достаточно сложной непротиворечивой теории первого порядка существует утверждение, которое средствами самой теории невозможно ни доказать, ни опровергнуть. Но непротиворечивость одной конкретной теории может быть установлена средствами другой, более мощной формальной теории второго порядка. Однако тогда встаёт вопрос о непротиворечивости этой второй теории, и т. д.».

Применительно к нашей задаче это значит, что для адекватной оценки альтернативы в целом мы должны решить задачу композиции критериев по уровням иерархии, последовательно переходя от нижнего уровня до верхнего.

Скалярные свертки критериев

Инструментом акта композиции может служить скалярная свёртка критериев. Скалярная свёртка – это математический приём сжатия информации и количественной оценки её интегральных свойств одним числом.

Чаще всего применяется **аддитивная** (линейная) скалярная свертка

$$Y\left[y(x)\right]=\sum_{k=1}^{s}a_k y_k(x),$$

где $a_к$ – весовые коэффициенты; s – количество частных критериев. Принцип Лапласа в теории принятия решений состоит в экстремизации линейной скалярной свертки. Недостаток (специфика) применения линейной скалярной свертки – это возможность «компенсации» одного критерия за счет других.

Мультипликативная свертка

$$Y\left[y(x)\right]=\prod_{k=1}^{s} y_k(x)$$

свободна от этого недостатка. Принцип Паскаля – экстремизация мультипликативной скалярной свертки.

Исторически принцип Блеза Паскаля изложен первым в работе “Pensees”, изданной в 1670 г. Считается, что эта работа положила начало всей теории принятия решений. Здесь введены два ключевых понятия теории: 1) частных критериев, каждый из которых оценивает какую-либо одну сторону эффективности решения и 2) принципа оптимальности, т.е. правила, позволяющего по значениям критериев вычислить некоторую единую числовую меру эффективности решения.

Недостаток применения мультипликативной скалярной свертки: очень дорогая и очень эффективная система может иметь такую же оценку, как и дешевая и низко эффективная. Сравним такие «системы вооружения», как атомная бомба и рогатка, которая при низкой стоимости обладает некоторым поражающим фактором. Руководствуясь мультипликативной сверткой, можно для вооружения армии выбрать рогатку.

Принцип гарантированного результата приводит к **чебышевской** скалярной свёртке

$$Y[y_0(x)]=\max_{k\in[1,s]} y_{0k}(x),$$

где $y_{0k}(x)$ – нормированные (приведенные к единице) частные критерии. Эта свёртка применяется в условиях неопределённости и в тех случаях, когда минимизируемые частные критерии опасно приближаются к своим предельным значениям (ограничениям).

Свёртка по концепции **Чарнза-Купера**. Концепция Чарнза-Купера основана на принципе "поближе к идеальной (утопической) точке". В пространстве критериев при заданных условиях и ограничениях определяется априори неизвестный идеальный вектор $y^{id}(x)$, для чего задача оптимизации решается s раз (по количеству частных критериев), причем каждый раз с одним (очередным) критерием, как если бы остальных не было вовсе. Последовательность "однокритериальных" решений исходной многокритериальной задачи дает координаты недостижимого идеального вектора $y^{id}(x)=\left\{y_k^{id}(x)\right\}_{k=1}^{s}$.

После этого скалярная свёртка $Y[y(x)]$ вводится как мера приближения к идеальному вектору в пространстве критериев в виде некоторой неотрицательной функции вектора $y^{id}(x)$-$y(x)$, например, в виде квадрата евклидовой нормы этого вектора

$$Y[y(x)]=\left\|\frac{y^{id}-y(x)}{y^{id}}\right\|=\sum_{k=1}^{s}\left[\frac{y_k^{id}-y_k(x)}{y_k^{id}}\right]^2 .$$

Недостаток этого способа состоит в громоздкости процедуры определения координат идеального вектора.

В работе [2] предложена скалярная свёртка по **нелинейной схеме компромиссов** для минимизируемых критериев

$$Y[y(x)]=\sum_{k=1}^{s}\alpha_k A_k\left[A_k-y_k(x)\right]^{-1},$$

применяемая в тех случаях, когда ЛПР рассматривает как предпочтительные те решения, при которых значения частных критериев $y_k(x)$ наиболее удалены от своих предельно допустимых значений A_k. Эта свёртка обладает рядом существенных преимуществ, к числу которых относятся универсальность и аналитичность. Выбор схемы компромиссов осуществляется лицом, принимающим решение, и носит концептуальный характер.

В задаче выбора решений количество вариантов (альтернатив) составляет $n_a \geq 1$. Каждый вариант характеризуется своей иерархической структурой. При $n_a = 1$ поставленная задача трансформируется в задачу оценки данной иерархической структуры. Если $n_a > 1$, то каждая структура оценивается как данная и выбирается тот вариант, иерархическая структура которого получила наилучшую оценку. Поэтому при дискретной многокритериальной оптимизации в качестве базовой здесь рассматривается задача оценки *данной* иерархической структуры. Однако так поступать можно только в случае относительно небольшого числа альтернатив n_a, когда метод простого перебора не вызывает значительных вычислительных трудностей. При больших объемах множеств альтернатив следует применять другие методы оптимизации, например изложенные в [2].

Оценка данной альтернативы есть не что иное, как решение задачи *анализа* качества альтернативы при *заданном аргументе* $x^{(0)}$ из множества $\{X\}$. Это позволяет нам в дальнейшем не включать в выражения для критериев значение аргумента *x*.

Вложенные скалярные свертки

Для аналитической оценки эффективности иерархических структур предлагается применить метод вложенных скалярных сверток [2]. Композиция осуществляется по «принципу матрешки»: *скалярные свертки взвешенных компонент векторных критериев низшего уровня служат компонентами векторных критериев высшего уровня*. Скалярная свертка критериев, полученная на самом верхнем уровне, автоматически становится выражением для оценки эффективности всей иерархической системы в целом.

Алгоритм решения задачи методом вложенных скалярных сверток представляется итерационной последовательностью операций взвешенной скалярной свертки векторных критериев каждого уровня иерархии снизу доверху с учетом векторов приоритета на основе выбранной схемы компромиссов

$$\{(y^{(j-1)}, p^{(j-1)}) \to y^{(j)}\}_{j\in[2,m]}, \tag{1}$$

а поиск оценки эффективности всей иерархической системы (альтернативы) в целом выражается задачей определения скалярной свертки критериев на верхнем уровне иерархии:

$$y^* = y^{(m)}.$$

При использовании рекуррентной формулы (1) важным представляется рациональный выбор схемы компромиссов. Для метода вложенных скалярных сверток адекватной является *нелинейная схема компромиссов*, описанная в [2]. Установлено, что без потери общности предпосылкой для ее применения является то, что все частные критерии неотрицательны, подлежат минимизации и являются ограниченными:

$$0 \leq y_i \leq A_i, A = \{A_i\}_{i=1}^n,$$

где *A* – вектор ограничений критериев на текущем уровне иерархии; *n* – их количество.

Исходя из (1), выражение для оценки *k*-го свойства альтернативы на *j*–м уровне иерархии с применением нелинейной схемы компромиссов имеет вид

$$y_k^{(j)} = \sum_{i=1}^{n_k^{(j-1)}} p_{ik}^{(j-1)} [1 - y_{0ik}^{(j-1)}]^{-1}, k \in [1, n^{(j)}], \tag{2}$$

где критерии (j-1)-го уровня нормированы (приведены к единице). Таким образом, $y_{0ik}^{(j-1)}$ – компоненты нормированного вектора $y_0^{(j-1)}$, участвующие в оценке k-го свойства альтернативы на j-м уровне иерархии; $n_k^{(j-1)}$ – их количество; $n^{(j)}$ – число оцениваемых свойств на j-м уровне.

Коэффициенты приоритета p – это формальные параметры, имеющие двоякий физический смысл. С одной стороны, это коэффициенты приоритета, выражающие предпочтения ЛПР по отдельным критериям. С другой – это коэффициенты содержательной регрессионной модели, построенной на основе концепции нелинейной схемы компромиссов. Определение коэффициентов p на каждом уровне иерархии может быть выполнено путем оптимизации на симплексе с использованием дуального подхода, описанного в [2], или методом экспертных оценок по шкале баллов.

В последнем случае ЛПР или эксперт должен оценить относительное влияние каждого частного критерия низшего уровня иерархии на общую оценку k-го свойства альтернативы на следующем уровне в заданных условиях и соотнести свою оценку с соответствующей точкой на шкале, характеризуемой числом f. Допускается выбирать точки между числами или приписывать несколько критериев одной точке на шкале.

Областью определения коэффициентов приоритета $p \in \Gamma_p$ является симплекс

$$\Gamma_p = \{p \,|\, p_i \ge 0, \sum_{i=1}^{n} p_i = 1\}. \tag{3}$$

Такая нормировка выполняется, если коэффициенты приоритета определить по формуле

$$p_{ik}^{(j-1)} = f_{ik} / \sum_{i=1}^{n_k^{(j-1)}} f_{ik}, k \in [1, n^{(j)}], j \in [2, m],$$

где $p_{ik}^{(j-1)}$ – i-я компонента вектора приоритета критерия на $(j-1)$-м уровне иерархии при расчете оценки эффективности k-го свойства j-го уровня; f_{ik} – оценка значимости i-го свойства $(j-1)$-го уровня для k-го свойства j-го уровня (определяется экспертами или ЛПР по шкале баллов).

В наиболее простом и достаточно распространенном случае формулируется и решается многокритериальная задача без приоритетов, когда ЛПР полагает, что все параметры значимости для всех свойств альтернативы *одинаковы*. В этом случае используется простейшая скалярная свертка по нелинейной схеме компромиссов в унифицированной форме [2].

Для того, чтобы формула (2) отражала идею метода вложенных скалярных сверток в соответствии с рекуррентной формулой (1), необходимо полученное выражение *нормировать*, т.е. получить относительный критерий $y_{0k}^{(j)} \in [0;1]$ такой, чтобы он был минимизируемым, а его предельная величина была единицей.

Конструкция нелинейной схемы компромиссов дает возможность нормировать свертку (2) не к максимальному (что в данном случае затруднительно), а к *минимальному* значению свертки критериев. Действительно, идеальными для минимизируемых критериев являются их нулевые значения. Положив в формуле (2)

$$y_{0ik}^{(j-1)} = 0, \forall i \in [1, n_k^{(j-1)}]$$

и учитывая нормировку (3), получим $y_{k\min}^{(j)} = 1$. После выкладок [4], окончательное выражение для рекуррентной формулы расчета аналитических оценок свойств альтернатив на всех уровнях иерархии приобретает вид

$$y_{0k}^{(j)} = 1 - \{ \sum_{i=1}^{n_k^{(j-1)}} p_{ik}^{(j-1)} [1 - y_{0ik}^{(j-1)}]^{-1} \}^{-1}, k \in [1, n^{(j)}], j \in [2, m] \ . \qquad (4)$$

Качественная оценка альтернатив

Качественная (лингвистическая) оценка альтернативы получается сопоставлением аналитической оценки с обращенной нормированной фундаментальной шкалой. Общее понятие о порядковой фундаментальной шкале описано в [3]. Интервальная нормированная обращенная шкала представлена Таблицей 1. Здесь показана связь между качественными градациями свойств объектов и соответствующими нормированными количественными оценками y_0. Можно сказать, что в терминах теории нечетких множеств [4] фундаментальная шкала выступает как универсальная функция принадлежности для перехода от числа к соответствующей качественной градации и обратно. Осуществляется переход от лингвистической переменной (удовлетворительное качество, высокое качество и пр.) к соответствующим количественным оценкам по шкале баллов, т.е. переход от нечетких качественных градаций к числам и обратно.

Таблица 1. Интервальная нормированная обращенная шкала.

Категория качества	Интервалы обращенной нормированной фундаментальной шкалы оценок y_0
Неприемлемое	1,0 – 0,7
Низкое	0,7 – 0,5
Удовлетворительное	0,5 – 0,4
Хорошее	0,4 – 0,2
Высокое	0,2 – 0,0

Оценка вариантов по единой нормированной фундаментальной шкале дает возможность решать многокритериальные задачи, кроме традиционных постановок, и в том случае, когда требуется выбрать альтернативу из множества неоднородных альтернатив, для которых нельзя сформулировать единое множество количественных критериев оценки, а также для оценки единственной (уникальной) альтернативы.

Иллюстрационный пример

Пусть требуется найти количественную $y_0^* = y_0^{(3)}$ и качественную оценки проекта самолета по двум основным свойствам: комфортность, характеризуемая неизвестной пока оценкой критерия $y_{01}^{(2)}$ и надежность, которой сопоставляется неизвестная пока оценка критерия $y_{02}^{(2)}$. Свойство комфортности, в свою очередь, оценивается по трем критериям: расстояние между креслами в пассажирском салоне y_{01}, уровень шума в салоне y_{02} и уровень вибрации пола в салоне y_{03}. Надежность оценивается вероятностью отказов оборудования y_{04} и прочностью конструкции y_{05}. Кроме этих двух в оценке надежности принимает участие критерий уровня вибрации пола y_{03}, т.е. имеет место одна перекрестная связь. Все указанные критерии нормированы и приведены к одному способу экстремизации, а именно, все они подлежат *минимизации*. Критерии низшего уровня принимают участие в оценке свойств высшего уровня с коэффициентами приоритета $p_{ik}^{(j-1)}, j \in [2, m]$. Структурная схема трехуровневой иерархии критериев для оцениваемого проекта представлена на Рис.2.

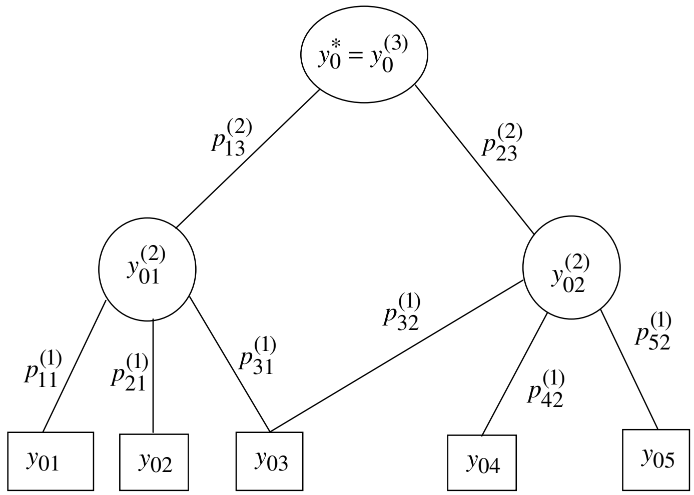

Рис.2. Структурная схема трехуровневой иерархии критериев

Заданы следующие числовые значения величин. Критерии нижнего (первого) уровня иерархии: y_{01}=0,3; y_{02}=0,5; y_{03}=07; y_{04}=0,2; y_{05}=0,1. Коэффициенты приоритета: $p_{11}^{(1)}$=0,7; $p_{21}^{(1)}$=0,2; $p_{31}^{(1)}$=0,1; $p_{32}^{(1)}$=0,1; $p_{42}^{(1)}$=0,45; $p_{52}^{(1)}$=0,45; $p_{13}^{(2)}$=0,5; $p_{23}^{(2)}$=0,5.

На первом этапе композиции критериев, исходя из рекуррентной формулы (4), получим выражение для аналитической оценки свойства комфортности (второй уровень иерархии):

$$y_{01}^{(2)} = 1 - \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_1^{(1)}} p_{i1}^{(1)} (1 - y_{0i1}^{(1)})^{-1}},$$

где $n_1^{(1)}$=3 и $y_{011}^{(1)} = y_{01}; y_{021}^{(1)} = y_{02}; y_{031}^{(1)} = y_{03}$. Подставляя численные значения, получим

$$y_{01}^{(2)} = 1 - \frac{1}{0,7\frac{1}{1-0,3} + 0,2\frac{1}{1-0,5} + 0,1\frac{1}{1-0,7}} = 0,42\,.$$

Сопоставляя эту аналитическую оценку с Табл.1, найдем, что свойство комфортности для данного проекта самолета качественно оценивается как *удовлетворительное*.

Выражение для аналитической оценки свойства надежности (тоже второй уровень иерархии) имеет вид

$$y_{02}^{(2)} = 1 - \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_2^{(1)}} p_{i2}^{(1)} (1 - y_{0i2}^{(1)})^{-1}},$$

где с учетом перекрестной связи $n_2^{(1)}$=3 и $y_{012}^{(1)} = y_{03}; y_{022}^{(1)} = y_{04}; y_{032}^{(1)} = y_{05}$. Коэффициенты приоритета $p_{12}^{(1)} = p_{32}^{(1)}; p_{22}^{(1)} = p_{42}^{(1)}; p_{32}^{(1)} = p_{52}^{(1)}$. Подставим численные значения и получим

$$y_{02}^{(2)} = 1 - \frac{1}{0,1\frac{1}{1-0,7} + 0,45\frac{1}{1-0,2} + 0,45\frac{1}{1-0,1}} = 0,28\,.$$

В соответствии с Табл.1, качество свойства надежности для данного проекта оценивается как *высокое*. На заключительном (втором) этапе композиции критериев формула (4) приобретает вид

$$y_0^* = y_0^{(3)} = 1 - \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_3^{(2)}} p_{i3}^{(2)} (1 - y_{0i3}^{(2)})^{-1}} ,$$

где $n_3^{(2)}$=2 и $y_{013}^{(2)} = y_{01}^{(2)}; y_{023}^{(2)} = y_{02}^{(2)}$. Подставляя численные значения, получим

$$y_0^* = 1 - \frac{1}{0,5\frac{1}{1-0,42} + 0,5\frac{1}{1-0,28}} = 0,36 .$$

Обратившись к Табл.1 видим, что по этой аналитической оценке, качество данного проекта самолета в целом оценивается как *хорошее*.

Заключение

Изложенное позволяет сделать вывод, что любая задача векторной оценки альтернативы может быть представлена иерархической системой критериев, полученной в результате декомпозиции свойств альтернативы. На нижнем уровне иерархии осуществляется оценка объекта (альтернативы) по отдельным свойствам при помощи исходного вектора критериев, а на верхнем уровне посредством механизма композиции получается оценка объекта в целом. Центральной здесь является проблема композиции критериев по уровням иерархии, решаемая методом вложенных скалярных свёрток.

Методологической основой декомпозиции свойств альтернативы до получения исходного вектора критериев (многокритериальность) является принцип дополнительности Н. Бора. Это необходимое условие векторной оценки альтернативы.

Методология композиции критериев по уровням иерархии основана на теореме о неполноте К. Гёделя. Это достаточное условие векторной оценки альтернативы.

Благодарности

Работа опубликована при финансовой поддержке проекта **ITHEA XXI** Института информационных теорий и приложений FOI ITHEA Болгария www.ithea.org и Ассоциации создателей и пользователей интеллектуальных систем ADUIS Украина www.aduis.com.ua.

Библиография

1. Губанов В.А., Захаров В.В., Коваленко А.Н. Введение в системный анализ. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1988. – 232 с.
2. Воронин А.Н., Зиатдинов Ю.К., Куклинский М.В. Многокритериальные решения: Модели и методы. – К.: НАУ, 2011. – 348 с.
3. Saaty T.L. Multicriteria Decision Making: The Analytical Hierarchy Process. – N.Y.: McGraw-Hill, 1990. – 380 p.
4. Воронин А.Н. Метод многокритериальной оценки и оптимизации иерархических систем // Кибернетика и системный анализ. – 2007. – № 3. – С. 84-92.

Сведения об авторе

Воронин Альберт Николаевич *– профессор, доктор технических наук, профессор кафедры компьютерных информационных технологий Национального авиационного университета, проспект Комарова, 1, Киев-58, 03058 Украина; e-mail: alnv@voliacable.com*