ДВУХУРОВНЕВАЯ МОДЕЛЬ НЕЧЕТКОГО РАЦИОНАЛЬНОГО МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО ВЫБОРА

Н.Н.Маляр, В.В. Полищук

Аннотация: *Предлагается двухуровневая модель нечеткого рационального многокритериального выбора. Рассматривается применение модели для задачи выбора предприятий для инвестирования.*

Ключевые слова*: многокритериальный рациональный выбор, точка удовлетворения, нечеткий анализ, инвестирование.*

ACM Classification Keywords*: H.4.2 Information Systems Applications: Types of Systems: Decision Support.*

Введение

Проблема принятия решений – является одной из основных в современной теории и практике управления. Известный американский специалист по управлению Герберт Саймон назвал принятие решений «сутью управленческой деятельности». Рациональное решение – это выбор, базирующийся на здравом смысле, интуиции, накопленном практическом и жизненном опыте.

Решение практических задач не всегда требует единственного решения, а требует совокупности выборов альтернатив, которые можно упорядочить (ранжировать). В задачах упорядочения объектов (альтернатив) используется различный характер исходных данных, что обусловливает различие в постановках задач ранжирования. Обработка такой информации связана с двумя принципиальными вопросами. Во–первых, с определением способа учета многокритериальности [Воронин, 2010]. Во–вторых, необходимо определить способ сравнения альтернатив по одному критерию для случая, когда оценка альтернатив является нечеткой [Орловский, 1981]. В данной работе предложена двухуровневая модель, которая позволяет на нижнем уровне учитывать нечеткие оценки альтернатив по каждому из некоторого конечного множества критериев, а на верхнем – оценивать альтернативы при помощи заданного нечеткого «целевого» множества.

Постановка задачи

Пусть объекты для выбора образуют множество $P=\{P_1,P_2,...,P_p\}, p\geq 1$, (далее не будем различать альтернативу и ее номер). Каждая альтернатива оценивается по конечному множеству критериев $K=\{K_1,K_2,...,K_m\}, m\geq 2$. Задано числовые векторы отчетных данных $M(P_j)=(M_{ij}) / i=\overline{1,m}; j=\overline{1,p}$, где M_{ij} - нечеткие числа с функцией принадлежности μ_{ij}, которые интерпретируются как степень достоверности оценки *j*-ой альтернативы по *i*-му критерию.

Задача состоит в определении подмножества упорядоченных альтернатив из P, с учетом нечетких «целевых» множеств.

Теоретические основания

В современной практике различает два типа нечетких множеств [Батыршин, 2007]:
1. Нечеткие множества, которые определены на некоторой числовой шкале. Например, на интервале

действительных чисел. В таких случаях нечеткие множества это нечеткие величины. Примерами нечетких величин являются нечеткие числа и нечеткие интервалы.

2. Нечеткие множества определены на нечисловом множестве X. Например, на множестве целей и альтернатив, экспертных оценок, бинарных отношений между объектами. Нечеткие множества такого типа - это множества $A=\{x,\mu(x)\}$, где x - подмножество объектов из P, $\mu(x)$ - функция принадлежности подмножества x множеству подмножеств из X (булеану X).

Рациональный выбор базируется на поиске «удовлетворительного» (для лица, принимающего решение – ЛПР) решения, которое определяется «точкой удовлетворения».

Определение *[Маляр, 2005]*. "Точкой удовлетворения" называется альтернатива, в которой оценки по всем критериям удовлетворяют ЛПР.

Описание схемы решения задачи

Рассмотрим задачу выбора «наилучшего» предприятия (группы предприятий) для инвестиционных целей, по тем критериям $K'=\{K_1,K_2,...,K_n\}, n\geq 2$, для которых задано "точку удовлетворения" с вектором оценок $T^*=(t_1,t_2,...,t_n)$ по всем критериям из K'.

Идея решения следующая. Строятся нечеткие множества критериев $A_i(i=\overline{1,3})$, с учетом степени удовлетворения "точки удовлетворения":

1) A_1 - это подмножество критериев K_1'' из K', значения которых являются «лучшими» для всех критериев по их оценкам (для всех критериев не худшими, хотя бы по одному критерию – лучшими). То есть K_1'' содержит критерии, которые определяют альтернативы, доминирующие "точку удовлетворения" по Парето [Волошин, 2010].

К критериям, которые описываются нечетким множеством A_1, можно отнести коэффициент финансовой независимости. Коэффициент финансовой независимости характеризует степень независимости предприятия от внешних заимствований. Он определяется как отношение общей суммы собственных средств к итогу баланса. Этот коэффициент характеризует долю собственного капитала в общей сумме средств, авансированных в его деятельность. Чем выше значение этого коэффициента, тем предприятие финансово более устойчиво и независимо от внешних кредиторов и инвесторов. Другим критерием можно указать коэффициент маневренности собственных средств, который определяется как разница между собственным капиталом и необратимыми активами, разделенная на собственный капитал. Приведенный показатель характеризует мобильность собственных источников средств с финансовой точки зрения. Желательно, чтобы коэффициент маневренности несколько возрастал.

2) Множество A_2 определяет альтернативы (предприятия), оценки которых по критериям из K_2'' являются «близкими» к "точке удовлетворения".

Для примера можно привести коэффициент «текущей ликвидности», который определяет уровень оборотных активов для полной ликвидации своих долговых обязательств. При низколиквидных активах финансовое состояние предприятия может ухудшиться, а слишком высокая ликвидность будет свидетельствовать о недостатке в использовании текущих активов.

3) Множество A_3 определяется «симметрично» A_1, с учетом степени «худшести» по отношению к "точке удовлетворения". Данное нечеткое множество может описываться, например, коэффициентом периода

оборота кредиторской или дебиторской задолженности. Период оборота определяется в днях, и чем меньше период, тем лучше оценка.

По построению $K_1'' \cup K_2'' \cup K_3'' = K'$ и предположим, что K_1'', K_2'', K_3'' попарно не пересекаются.

Пусть задано "точку удовлетворения" и ее вектор оценок T^*. Рассмотрим оценку "точки удовлетворения" по j-му критерию (который определяет множество A_1) со значением t_j.Если значения критериев из множества K_1'' являются нечеткими и задаются с помощью треугольной функции принадлежности, то альтернативы, которые определяются множеством A_1 имеют оценки, попадающие в интервал $[t_j^1, t_j^2]$, где μ^* - определяет значение функции принадлежности, соответствующее "точке удовлетворения" (рис.1).

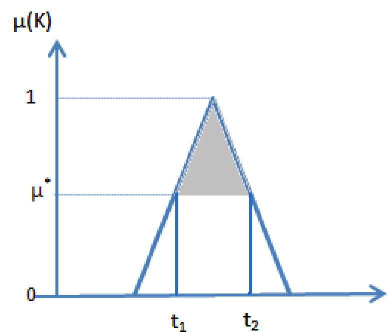

Рис.1.

При s-образной функции принадлежности, в которой t_j – оценка "точки удовлетворения" по j-му критерию, интервал – $[t_j, \max_j K_i^{p_j}]$ будет описывать нечеткое множества A_1, где $K_i^{P_j}$ - значение j-го предприятия, по данному критерию(рис.2):

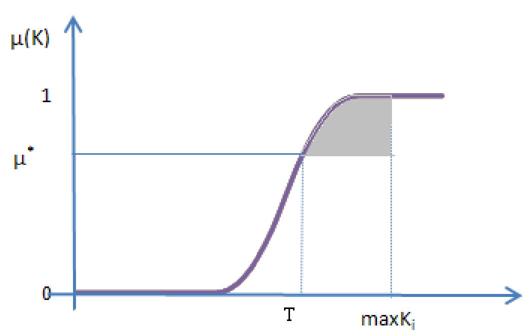

Рис.2.

Опишем определения функции принадлежности для нечетких подмножеств множества A.

Для нечеткого множества A_1 определим функцию принадлежности следующим образом:

$$Z^1_{K_iP_j} = \begin{cases} \dfrac{|\mu(t_i) - \mu_{P_j}(K_i)|}{\max\limits_j \mu_{P_j}(K_i) - \mu(t_i)}, & \mu_{P_j}(K_i) \geq \mu(t_i), \\ 0, & \mu_{P_j}(K_i) < \mu(t_i), \end{cases} \tag{1}$$

где $\mu(t_i)$ - значение функции принадлежности "точки удовлетворения" для *i*-го критерия, $\mu_{P_j}(K_i)$ - функция принадлежности *i*-го критерия, для *j*-го предприятия, $i=\overline{1,n}; j=\overline{1,p}$.

Для нечеткого множества A_2 функция принадлежности находится в некоторой ε-окрестности относительно заданной "точки удовлетворения". Например, для треугольной функции принадлежности интервал значений оценок следующий – $[t_1-\varepsilon,t_1+\varepsilon]\cup[t_2-\varepsilon,t_2+\varepsilon]$. Аналогично для линейных функций принадлежности запишем интервал значений оценок – $[T-\varepsilon,T+\varepsilon]$.

Далее для нечеткого множества A_2 определим функцию принадлежности следующим образом:

$$Z'_{K_iP_j}=1-\frac{|\mu(t_i)-\mu_{P_j}(K_i)|}{\max\{\mu(t_i)-\min\limits_j \mu_{P_j}(K_i);\max\limits_j \mu_{P_j}(K_i)-\mu(t_i)\}}.$$

$$Z^2_{K_iP_j}=\begin{cases} Z'_{K_iP_j}, & Z'_{K_iP_j}>\alpha, \\ 0, & Z'_{K_iP_j}\le\alpha, \end{cases} \tag{2}$$

где α - порог, $\alpha\in[0;1]$.

Каждая такая величина является относительной оценкой близости значения "точки удовлетворения" к значению соответствующего критерия.

Нечеткое множество A_3 описывается аналогично A_1 по множеству критериев K''_3, для которых оценки значений могут быть хуже относительно значения "точки удовлетворения". Нижнюю границу выбираем минимальное значение по всем предприятиям в конкретном критерии. Для треугольной функции принадлежности интервал значений оценок следующий – $[\min\limits_j K_i^{P_j},t_1]\cup[t_2,\max\limits_j K_i^{P_j}]$, для линейных функций принадлежности интервал значений оценок будет – $[\min\limits_j K_i^{P_j},T]$.

Определим функцию принадлежности для нечеткого множества A_3:

$$Z^3_{K_iP_j}=\begin{cases} \dfrac{|\mu(t_i)-\mu_{P_j}(K_i)|}{\mu(t_i)-\min\limits_j \mu_{P_j}(K_i)}, & \mu_{P_j}(K_i)\le\mu(t_i), \\ 0, & \mu_{P_j}(K_i)>\mu(t_i). \end{cases} \tag{3}$$

На основании величин $Z^1_{K_iP_j},Z^2_{K_iP_j},Z^3_{K_iP_j}$, выбираем предприятия в порядке убывания значений этих величин, исключая те, которые получили нулевые значения, формируя соответствующие множества $P^1=\{P_1,P_2,...,P_i\}$, $P^2=\{P_1,P_2,...,P_j\}$, $P^3=\{P_1,P_2,...,P_k\}$. Пересечение оставшихся подмножеств объектов с учетом подмножеств критериев K''_1,K''_2,K''_3 и будет образовывать множество тех объектов, которые удовлетворяют ЛПР для последующего упорядочения (ранжирования).

Практическое применение

Пусть имеем множество предприятий $P=(P_1,P_2,...,P_5)$, которые нужно оценить. Множество критериев $K'=(K_1,K_2,K_3,K_4,K_5)$ - следующие [Маляр, 2012]:

1. Коэффициент финансовой независимости – K_1.Функцию принадлежности (ФП) построим следующим образом:

$$\mu(K_1;\quad 0;\quad 1;\quad 2)=\begin{cases} 0, & \textit{если} \quad K_1\le 0;\\ K_1, & \textit{если} \quad 0<K_1\le 1;\\ 2-K_1, & \textit{если} \quad 1<K_1<2;\\ 0, & \textit{если} \quad K_1\ge 2.\end{cases}$$

2. Коэффициент маневренности собственных средств – K_2. ФП можем записать:

$$\mu(K_2;\quad 0;\quad 0{,}5;\quad 1)=\begin{cases} 0, & \textit{если} \quad K_2\le 0;\\ 2K_2, & \textit{если} \quad 0<K_2\le 0{,}5;\\ 2-2K_2, & \textit{если} \quad 0{,}5<K_2<1;\\ 0, & \textit{если} \quad K_2\ge 1.\end{cases}$$

3. Коэффициент текущей ликвидности – K_3. ФП запишем следующим образом:

$$\mu(K_3;\quad 0{,}5;\quad 1)=\begin{cases} 0, & \textit{если} \quad K_3\le 0{,}5;\\ 2(2K_3-1)^2, & \textit{если} \quad 0{,}5<K_3\le 0{,}75;\\ 1-8(1-K_3)^2, & \textit{если} \quad 0{,}75<K_3<1;\\ 1, & \textit{если} \quad K_3\ge 1.\end{cases}$$

4. Коэффициент периода оборачиваемости дебиторской задолженности – K_4. ФП вычисляется:

$$\mu(K_4;\quad 30;\quad 120)=\begin{cases} 0, & \textit{если} \quad K_4\le 30;\\ \dfrac{K_4-30}{90}, & \textit{если} \quad 30<K_4<120;\\ 1, & \textit{если} \quad K_4\ge 120.\end{cases}$$

5. Коэффициент периода оборота кредиторской задолженности – K_5. ФП имеет вид:

$$\mu(K_5;\quad 30;\quad 120)=\begin{cases} 0, & \textit{если} \quad K_5\le 30;\\ \dfrac{K_5-30}{90}, & \textit{если} \quad 30<K_5<120;\\ 1, & \textit{если} \quad K_5\ge 120.\end{cases}$$

Для каждого из критериев ЛПР определяет оценки для "точки удовлетворения" – $T=(t_1,t_2,t_3,t_4,t_5)$. Множество критериев K' разобьем на подмножества K'' по определению нечеткого множества $A=\{A_1,A_2,A_3\}$: $K_1''=\{K_1,K_2\}$, $K_2''=\{K_3\}$, $K_3''=\{K_4,K_5\}$.

Значение оценок предприятий по каждому критерию и значение "точек удовлетворения" запишем в таблицу 1.

Таблица 1

K'	K''	T	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
K_1	K_1''	0,5 или 1,5	0,4	1,2	0,7	1,6	0,8
K_2		0,3 или 0,7	1	0,35	0,4	0,2	0,55
K_3	K_2''	0,9	0,95	0,93	0,81	0,77	1
K_4	K_3''	50	45	40	50	90	30
K_5		50	60	25	45	60	35

Следующим шагом с помощью функций принадлежности вычислим значения для "точек удовлетворения" по всем критериям $\mu(t_i), i=\overline{1,5}$, и значения всех предприятий по каждому критерию $\mu_{P_j}(K_i), i=\overline{1,5}, j=\overline{1,5}$. Результат вычислений запишем в табл. 2:

Таблица 2

	$\mu(T)$	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
$\mu(K_1)$	0,5	0,4	0,8	0,7	0,4	0,8
$\mu(K_2)$	0,6	0	0,7	0,8	0,4	0,9
$\mu(K_3)$	0,92	0,98	0,96	0,71	0,58	1
$\mu(K_4)$	0,22	0,17	0,11	0,22	0,67	0
$\mu(K_5)$	0,22	0,33	0	0,17	0,6	0,06

Далее вычисляем множество значений величин по формулам (1) - (3) соответственно по множеству критериев K_1'', K_2'', K_3'', и значения $\alpha = 0,7$ (табл. 3):

Таблица 3

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
$Z^1_{K_1}$	0	1	0,67	0	1
Z^1_{K2}	0	0,33	0,67	0	1
$Z^2_{K_3}$	0,82	0,88	0	0	0,76
$Z^3_{K_4}$	0,23	0,5	0	0	1
$Z^3_{K_5}$	0	1	0,23	0	0,73

На основании данных табл.3, для каждого критерия строим соответствующие подмножества: $P^1_{k_1} = \{P_2, P_5, P_3\}$, $P^1_{k_2} = \{P_5, P_3, P_2\}$, $P^2_{k_3} = \{P_2, P_1, P_5\}$, $P^3_{k_4} = \{P_5, P_2, P_1\}$, $P^3_{k_5} = \{P_2, P_5, P_3\}$ и их пересечение $P^1_{k_1} \cap P^1_{k_2} \cap P^2_{k_3} \cap P^3_{k_4} \cap P^3_{k_5} = \{P_2, P_5\}$. В результате получаем предприятия P_2, P_5, которые по своим финансовым показателям удовлетворяют ЛПР. Их можно упорядочить относительно интегральной функции принадлежности, используя свертки, приведенные в работе [Маляр, 2005].

Заключение

Задание разных типов нечетких множеств связано с тем обстоятельством, что не для всех критериев, которые их определяют, выполняется условие их монотонности. То есть, чем больше (меньше), тем лучше. Как правило, для функций оценок критериев условие монотонности не выполняется. Поэтому представляется целесообразным использование подхода с «точкой удовлетворения».

Благодарности

Работа опубликована при финансовой поддержке проекта ITHEA XXI Института информационных теорий и приложений FOI ITHEA Болгария www.ithea.org и Ассоциации создателей и пользователей интеллектуальных систем ADUIS Украина www.aduis.com.ua.

Авторы выражают благодарность проф. Волошину А.Ф. за консультации при подготовке статьи.

Библиография

[Батыршин, 2007] Нечеткие гибридные системы:Теория и практика / [Батыршин И.З., Недосекин А.О., Стецко А.А. и др.]; под ред. Ярушкиной Н.Г. – М.:Физматлит, 2007. – 208 с..

[Воронин, 2011] Воронин А.Н., Зиатдинов Ю.К., Куклинский М.В. Многокритериальные решения: модели и методы.- К.: Национальный авиационный университет, 2011.- 348 с.

[Орловский, 1981] Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. – Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. – 208 с.

[Маляр, 2005] Маляр М.М. Описання задач вибору на мові розмитих множин/ Маляр М.М. // Вісник Київського університету. Вип.4. Серія фіз.-мат. Науки, Київ, 2005. – С. 197-201.

[Волошин, 2010] Волошин О.Ф., Мащенко С. О. Моделі та методи прийняття рішень: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2010. – 336 с.

[Маляр, 2012] Маляр М.М. Нечітка модель оцінки фінансової кредитоспроможності підприємств/ Маляр М.М., Поліщук В.В.// Східно-Європейський журнал передових технологій. Сер. Математика і кібернетика – фундаментальні і прикладні аспекти. – Харків, 2012. - №3/4(57). – С.8-16.

Сведения об авторах

Маляр Николай Николаевич *- декан математического факультета, заведующий кафедрой кибернетики и прикладной математики Ужгородского национального университета, кандидат технических наук, доцент, Украина, Ужгород, ул. Подгорная, 46; e-mail: malyarmm@gmail.com*

Полищук Владимир Владимирович *- аспирант кафедры информационных управляющих систем и технологий, факультета информационных технологий Закарпатского государственного университета, ассистент, Украина, Ужгород, ул. Корзо, 15/9; e-mail: v.polishchuk87@ gmail.com*