

## ВЕКТОРНАЯ СИСТЕМА ОЦЕНКИ ПРОБЛЕМНЫХ СИТУАЦИЙ

Альберт Воронин, Юрий Зиатдинов

**Аннотация:** Рассмотрена проблема количественной и качественной оценки проблемных ситуаций, включающих опасные (тревожные, неблагоприятные) события. Задача аналитической оценки решается методом вложенных скалярных свёрток векторного критерия с применением нелинейной схемы компромиссов. Качественная оценка осуществляется на основе вербально-числовой шкалы Харрингтона. Приведен иллюстрационный пример.

**Ключевые слова:** многокритериальная оценка, проблемные ситуации, вложенные скалярные свёртки.

**ACM Classification Keywords:** H.1 Models and Principles – H.1.1 – Systems and Information Theory; H.4.2 – Types of Systems.

---

### Введение

---

Принятие управленческих решений направлено на разрешение проблемных (неблагоприятных, тревожных) ситуаций, возникающих в различных предметных областях. Понятие проблемной ситуации включает в себя ряд неблагоприятных событий. Каждое из таких событий характеризуется своей важностью и предусматривает реакцию (комплекс управленческих мер, направленных на ликвидацию соответствующей проблемы). В свою очередь, важность события характеризуется величиной возможного материального или иного ущерба, а также вызываемым общественным резонансом. Реакция характеризуется временем начала реагирования, стоимостью применяемых мероприятий и эффективностью предпринимаемых мер.

Принятие управленческого решения основывается на оценке данной проблемной ситуации. В соответствии с изложенным анализом, система оценки представляется иерархической структурой, показанной на Рис.1.

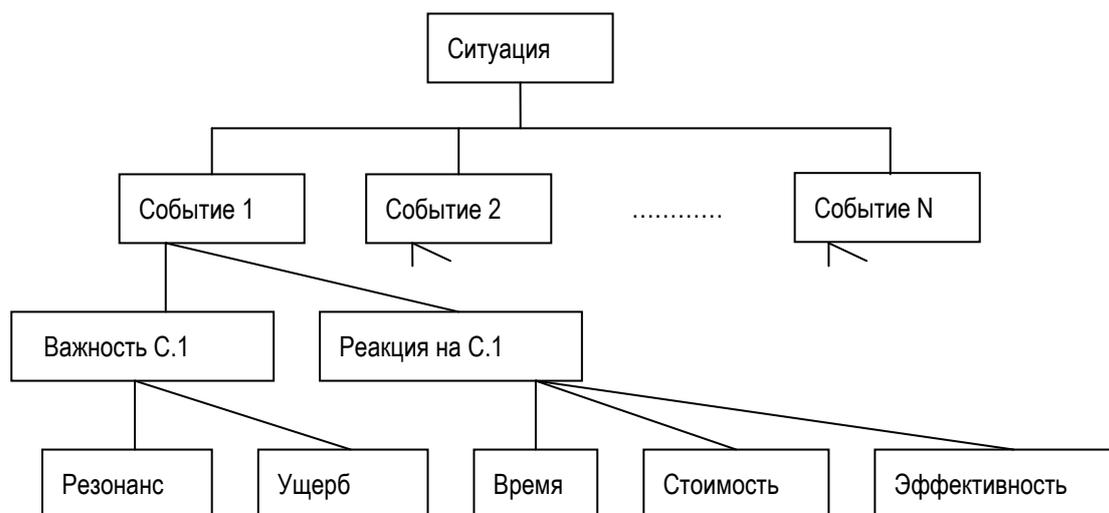


Рис. 1

Приведём несколько примеров событий, составляющих проблемную ситуацию:

1. Пожар на нефтебазе. Допустим, что важность (значимость) этого события определяется некоторым общественным резонансом и существенным материальным ущербом. Реакция на это событие характеризуется допустимым временем начала операции, обычной стоимостью мероприятий по тушению пожара и стандартной эффективностью предпринимаемых мер.

2. Рейдерский захват крупного предприятия. Пусть это событие вызывает значительный общественный резонанс. Нанесённый материальный ущерб мал. Время реагирования недопустимо велико. Стоимость ликвидации проблемы незначительна. Эффективность мероприятий низкая.

3. Авария на городском водопроводе. Резонанс небольшой, ущерб умеренный, время реагирования практически мгновенное, стоимость ремонта небольшая, эффективность высокая.

4. Из городского зоопарка бежали несколько хищников. Общественный резонанс огромный, время реагирования допустимое, стоимость мероприятий по поимке животных высокая, эффективность небольшая.

---

**Формализация**


---

Для формализации задачи оценки проблемных ситуаций необходимо всем качественным понятиям поставить в соответствие количественные величины. Из Рис.1 видно, что понятие ситуации подвергается декомпозиции, приводящей к иерархической структуре свойств. Свойства первого иерархического уровня могут делиться на следующие наборы свойств и т.д. Глубина деления определяется стремлением дойти до тех свойств, которые удобно сравнивать друг с другом.

Свойства, для которых существуют объективные численные характеристики, принято называть критериями. Более строго: **критериями** называются количественные показатели свойств объекта, числовые значения которых являются мерой качества объекта оценки по отношению к данному свойству. Получение набора критериев – конечный итог иерархической декомпозиции. На Рис.2 показана  $m$ -уровневая иерархия критериев. Количество уровней  $m$  зависит от требуемой глубины декомпозиции. В нашем случае имеет место четырёхуровневая иерархия. Свойства нижнего, первого уровня (т.е. критерии  $y_k^{(1)}$ ) могут быть выражены в числах и являются отправным пунктом для решения задачи оценки проблемной ситуации.

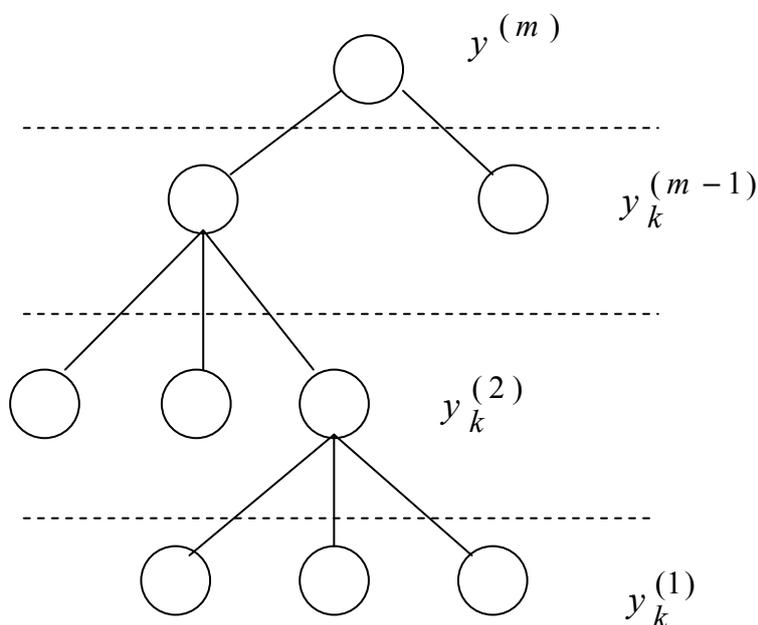


Рис.2

Подход сравнения по отдельным свойствам, при всей своей привлекательности, порождает серьезную проблему обратного перехода к требуемой оценке ситуации в целом. Эта проблема

предполагает решение задачи *композиции* критериев по уровням иерархии, что достаточно непросто, особенно при значительной глубине декомпозиции свойств. В простейшем и наиболее распространенном случае (двухуровневая иерархия) задача композиции решается традиционным получением однократной скалярной свертки критериев. Но уже при наличии трехуровневой иерархии требуются другие подходы.

Изложенное дает основание утверждать, что *любая многокритериальная задача может быть представлена иерархической системой*, на нижнем уровне которой осуществляется оценка объекта по отдельным свойствам при помощи вектора критериев, а на верхнем уровне посредством механизма композиции получается оценка объекта в целом. Центральной здесь является проблема композиции критериев по уровням иерархии.

---

### Постановка задачи

---

Качество ситуации определяется иерархической системой векторов

$$y^{(j-1)} = \{y_i^{(j-1)}\}_{i=1}^{n^{(j-1)}}, j \in [2, m]$$

где  $y^{(j-1)}$  – вектор критериев на  $(j-1)$ -м уровне иерархии, по компонентам которого оценивается качество свойств ситуации на  $j$ -м уровне;  $m$  – количество уровней иерархии;  $n^{(j-1)}$  – количество оцениваемых свойств  $(j-1)$ -го уровня иерархии. Численные значения  $n$  критериев  $y^{(1)} = y$  первого уровня иерархии для данной ситуации заданы. Ясно, что  $n^{(1)} = n$  и  $n^{(m)} = 1$ .

Значимость каждой из компонент критерия  $(j-1)$ -го уровня при оценке  $k$ -го свойства  $j$ -го уровня характеризуется коэффициентом приоритета, совокупность которых составляет систему векторов приоритета

$$p_{ik}^{(j-1)} = \{p_{ik}^{(j-1)}\}_{k=1}^{n^{(j)}}, j \in [2, m]$$

Требуется найти аналитическую оценку  $y^*$  и качественную оценку данной ситуации.

---

### Метод решения

---

Для аналитической оценки иерархических структур предлагается применить метод вложенных скалярных свертки [Voropin, 2003]. Композиция осуществляется по «принципу матрешки»: *скалярные свертки взвешенных компонент векторных критериев низшего уровня служат компонентами векторных критериев высшего уровня*. Скалярная свертка критериев, полученная на самом верхнем уровне, автоматически становится выражением для оценки всей иерархической системы в целом.

Алгоритм решения задачи методом вложенных скалярных сверток представляется итерационной последовательностью операций взвешенной скалярной свертки векторных критериев каждого уровня иерархии снизу доверху с учетом векторов приоритета на основе выбранной схемы компромиссов

$$\{(y^{(j-1)}, p^{(j-1)}) \rightarrow y^{(j)}\}_{j \in [2, m]} \quad (1)$$

а поиск оценки эффективности всей иерархической системы (ситуации) в целом выражается задачей определения скалярной свертки критериев на верхнем уровне иерархии:  $y^* = y^{(m)}$ .

При использовании рекуррентной формулы (1) важным представляется рациональный выбор схемы компромиссов. Для метода вложенных скалярных сверток адекватной является *нелинейная схема компромиссов*, описанная в [Voronin et al, 2013]. Установлено, что без потери общности предпосылкой для ее применения является то, что все частные критерии неотрицательны, подлежат минимизации и являются ограниченными:

$$0 \leq y_i \leq A_i, A = \{A_i\}_{i=1}^n,$$

где  $A$  – вектор ограничений. Тогда, в соответствии с (1),

$$y_i^{(j)} = \sum_{i=1}^n p_i^{(j-1)} A_i^{(j-1)} [A_i^{(j-1)} - y_i^{(j-1)}]^{-1}.$$

Если критерии  $(j-1)$ -го уровня нормированы по формуле  $y_0 = y/A$ , то выражение для оценки  $k$ -го свойства ситуации на  $j$ -м уровне иерархии с применением нелинейной схемы компромиссов имеет вид

$$y_k^{(j)} = \sum_{i=1}^{n_k^{(j-1)}} p_{ik}^{(j-1)} [1 - y_{0ik}^{(j-1)}]^{-1}, k \in [1, n^{(j)}], j \in [2, m] \quad (2)$$

где  $y_{0ik}^{(j-1)}$  – компоненты нормированного вектора  $y_0^{(j-1)}$ , участвующие в оценке  $k$ -го свойства ситуации на  $j$ -м уровне иерархии;  $n_k^{(j-1)}$  – их количество;  $n^{(j)}$  – число оцениваемых свойств на  $j$ -м уровне.

Определение коэффициентов приоритета  $p$  на каждом уровне иерархии может быть выполнено методом экспертных оценок по шкале баллов.

Эксперт должен оценить относительное влияние каждого частного критерия низшего уровня иерархии на общую оценку  $k$ -го свойства альтернативы на следующем уровне в заданных условиях и соотнести свою оценку с соответствующей точкой на шкале, характеризуемой числом  $f$ . Допускается выбирать точки между числами или приписывать несколько критериев одной точке на шкале.

Областью определения коэффициентов приоритета  $p \in \Gamma_p$  является симплекс

$$\Gamma_p = \left\{ p \mid p_i \geq 0, \sum_{i=1}^n p_i = 1 \right\}.$$

Такая нормировка выполняется, если коэффициенты приоритета определить по формуле

$$p_{ik}^{(j-1)} = f_{ik} / \sum_{i=1}^{n_k^{(j-1)}} f_{ik}, k \in [1, n^{(j)}], j \in [2, m],$$

где  $p_{ik}^{(j-1)}$  –  $i$ -я компонента вектора приоритета критерия на  $(j-1)$ -м уровне иерархии при расчете оценки эффективности  $k$ -го свойства  $j$ -го уровня;  $f_{ik}$  – оценка значимости  $i$ -го свойства  $(j-1)$ -го уровня для  $k$ -го свойства  $j$ -го уровня (определяется экспертами или лицом, принимающим решение (ЛПР) по шкале баллов).

Для того, чтобы формула (2) отражала идею метода вложенных скалярных сверток в соответствии с рекуррентной формулой (1), необходимо полученное выражение *нормировать*, т.е. получить относительный критерий  $y_{0k}^{(j)} \in [0;1]$  такой, чтобы он был минимизируемым, а его предельная величина была единицей. В работе [Voronin, 2009] рассмотрены вопросы такой нормировки и окончательное выражение для рекуррентной формулы расчета аналитических оценок свойств ситуаций на всех уровнях иерархии приобретает вид

$$y_{0k}^{(j)} = 1 - \left\{ \sum_{i=1}^{n_k^{(j-1)}} p_{ik}^{(j-1)} [1 - y_{0ik}^{(j-1)}]^{-1} \right\}^{-1}, k \in [1, n^{(j)}], j \in [2, m] \quad (3)$$

---

### Качественная оценка ситуации

---

Качественная (лингвистическая) оценка ситуации получается сопоставлением аналитической оценки с вербально-числовой шкалой Харрингтона. Общее понятие об этой шкале описано в [Litvak, 2004]. Шкала Харрингтона является характеристикой степени выраженности критериального свойства и имеет универсальный характер. Числовые значения градаций получены на основе анализа и обработки большого массива статистических данных. Вербально-числовая шкала Харрингтона представлена Таблицей 1. Здесь показана связь между качественными градациями свойств объектов и соответствующими нормированными количественными оценками  $y_0$ .

Таблица 1

Описание градаций	Численное значение $y_0$
Очень высокая	0,8-1,0
Высокая	0,64-0,8
Средняя	0,37-0,64
Низкая	0,2-0,37
Очень низкая	0,0-0,2

Можно сказать, что в терминах теории нечетких множеств [Zadeh,1976] вербально-числовая шкала выступает как универсальная функция принадлежности для перехода от числа к соответствующей качественной градации и обратно. Осуществляется переход от лингвистической переменной (средняя, высокая оценка и пр.) к соответствующим количественным оценкам по шкале баллов, т.е. переход от нечетких качественных градаций к числам и обратно.

Оценка ситуаций по единой вербально-числовой шкале Харрингтона дает возможность решать многокритериальные задачи, кроме традиционных постановок, и в том случае, когда требуется выбрать альтернативу из множества неоднородных альтернатив, для которых нельзя сформулировать единое множество количественных критериев оценки, а также для оценки единственной (уникальной) ситуации.

### Модельный пример

Требуется найти количественную  $y_0^* = y_0^{(4)}$  и качественную оценки ситуации, характеризуемой двумя событиями: 1) вооруженный захват заложников – это событие имеет неизвестную пока оценку  $y_{01}^{(3)}$  – и 2) пожар школы, оцениваемый неизвестной пока величиной  $y_{02}^{(3)}$ . Первое событие оценивается по двум критериям – важность  $y_{01}^{(2)}$  и реакция на это событие  $y_{02}^{(2)}$ . Аналогичным образом, второе событие оценивается важностью  $y_{03}^{(2)}$  и реакцией  $y_{04}^{(2)}$ . Важность первого события характеризуется критерием общественного резонанса  $y_{011}^{(1)}$  и величиной материального ущерба  $y_{021}^{(1)}$ . Реакция на первое событие оценивается временем  $y_{012}^{(1)}$ ,

стоимостью предпринятых действий  $y_{022}^{(1)}$  и их эффективностью  $y_{032}^{(1)}$ . Аналогично, критерии нижнего уровня для оценки второго события: общественный резонанс  $y_{013}^{(1)}$ , материальный ущерб  $y_{023}^{(1)}$ , время реакции  $y_{014}^{(1)}$ , стоимость мер пожаротушения  $y_{024}^{(1)}$  и их эффективность  $y_{034}^{(1)}$ .

Все указанные критерии нормированы и приведены к одному способу экстремизации, а именно, все они подлежат *минимизации*. Среди критериев нижнего уровня имеются качественные критерии – оценки общественного резонанса и эффективности. Эти критерии определяются методом экспертных оценок [2] и находятся в пределах от нуля (минимум критериального свойства) до единицы (максимум). При этом минимизируемый критерий эффективности рекомендуется принимать как обратную величину экспертной оценки.

Количественные критерии нижнего уровня (материальный ущерб, время реакции и стоимость предпринятых мер) нормируются как отношение текущего значения критерия к предельно допустимой величине.

Критерии низшего уровня принимают участие в оценке свойств высшего уровня с коэффициентами приоритета  $p_{ik}^{(j-1)}$ ,  $j \in [2, m]$ . Структурная схема четырехуровневой иерархии критериев для оцениваемой ситуации представлена на Рис.3.

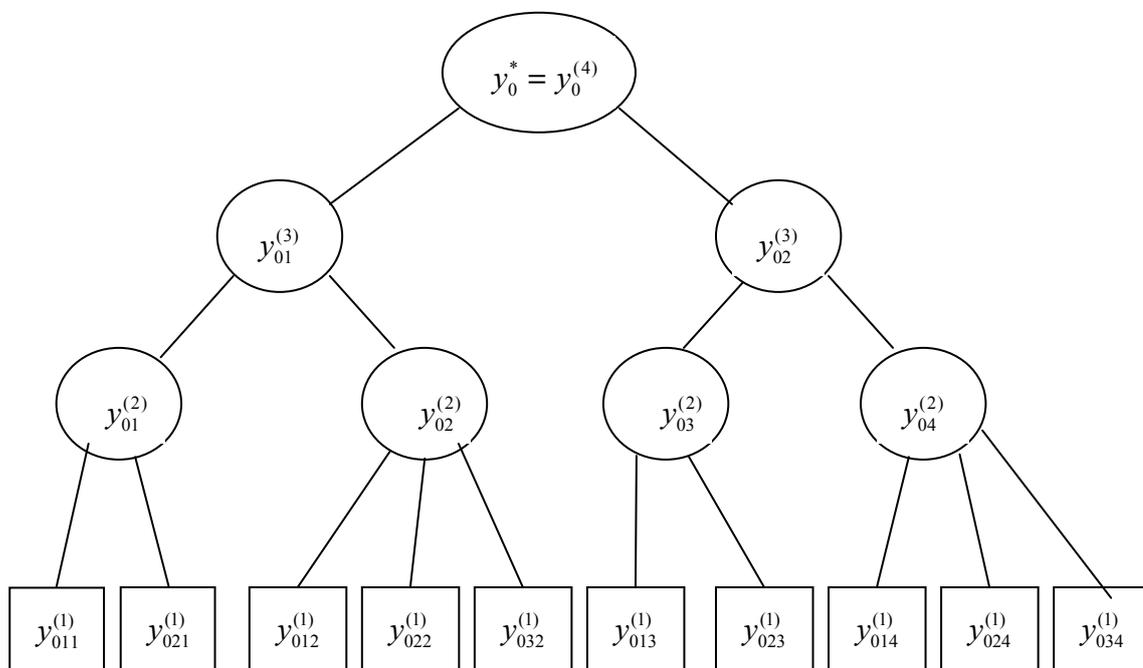


Рис.3

Заданы следующие числовые значения величин. Критерии нижнего (первого) уровня иерархии:

$$y_{011}^{(1)}=0,8; y_{021}^{(1)}=0,2; y_{012}^{(1)}=0,7; y_{022}^{(1)}=0,3; y_{032}^{(1)}=0,3;$$

$$y_{013}^{(1)}=0,1; y_{023}^{(1)}=0,6; y_{014}^{(1)}=0,2; y_{024}^{(1)}=0,4; y_{034}^{(1)}=0,2.$$

Коэффициенты приоритета:

$$p_{11}^{(1)}=0,7; p_{21}^{(1)}=0,3; p_{12}^{(1)}=0,6; p_{22}^{(1)}=0,1; p_{32}^{(1)}=0,3; p_{13}^{(1)}=0,5; p_{23}^{(1)}=0,5; p_{14}^{(1)}=0,6;$$

$$p_{24}^{(1)}=0,1; p_{34}^{(1)}=0,3; p_{11}^{(2)}=0,5; p_{21}^{(2)}=0,5; p_{32}^{(2)}=0,5; p_{42}^{(2)}=0,5; p_1^{(3)}=0,5; p_2^{(3)}=0,5.$$

На первом этапе композиции критериев, исходя из рекуррентной формулы (3), получим выражение для аналитической оценки важности события 1 (второй уровень иерархии):

$$y_{01}^{(2)} = 1 - \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_1^{(1)}} p_{i1}^{(1)} (1 - y_{0i1}^{(1)})^{-1}},$$

где  $n_1^{(1)}=2$ . Подставляя численные значения, получим

$$y_{01}^{(2)} = 1 - \frac{1}{0,7 \frac{1}{1-0,8} + 0,3 \frac{1}{1-0,2}} = 0,74.$$

Сопоставляя эту аналитическую оценку с Таблицей 1, найдем, что важность данного события качественно оценивается как *высокая*.

Выражение для аналитической оценки реакции на событие 1 (тоже второй уровень иерархии) имеет вид

$$y_{02}^{(2)} = 1 - \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_2^{(1)}} p_{i2}^{(1)} (1 - y_{0i2}^{(1)})^{-1}},$$

$n_2^{(1)}=3$ . Подставляя численные значения, получим

$$y_{02}^{(2)} = 1 - \frac{1}{0,6 \frac{1}{1-0,7} + 0,1 \frac{1}{1-0,3} + 0,3 \frac{1}{1-0,5}} = 0,64.$$

В соответствии с Таблицей 1, качество реакции на данное событие оценивается как *среднее*.

Аналитическое выражение важности события 2 получим по формуле

$$y_{03}^{(2)} = 1 - \frac{1}{n_3^{(1)} \sum_{i=1} p_{i3}^{(1)} (1 - y_{0i3}^{(1)})^{-1}},$$

где  $n_3^{(1)} = 2$ . Подставим численные данные и получим

$$y_{03}^{(2)} = 1 - \frac{1}{0,5 \frac{1}{1-0,1} + 0,5 \frac{1}{1-0,6}} = 0,45.$$

По таблице 1 важность события 2 оценивается как *средняя*.

Реакцию на событие 2 оценим по формуле

$$y_{04}^{(2)} = 1 - \frac{1}{n_4^{(1)} \sum_{i=1} p_{i4}^{(1)} (1 - y_{0i4}^{(1)})^{-1}},$$

где  $n_4^{(1)} = 3$ . Расчёт с учётом числовых данных даёт результат

$$y_{04}^{(2)} = 1 - \frac{1}{0,6 \frac{1}{1-0,2} + 0,1 \frac{1}{1-0,4} + 0,3 \frac{1}{1-0,2}} = 0,23.$$

По таблице Харрингтона, опасение по поводу реакции на событие 2 следует считать *низким*.

Степень опасности события 1 рассчитаем по формуле

$$y_{01}^{(3)} = 1 - \frac{1}{n_1^{(2)} \sum_{i=1} p_{i1}^{(2)} (1 - y_{0i1}^{(2)})^{-1}},$$

где  $n_1^{(2)} = 2$ . Подставляя данные, получим

$$y_{01}^{(3)} = 1 - \frac{1}{0,5 \frac{1}{1-0,74} + 0,5 \frac{1}{1-0,64}} = 0,68.$$

Согласно Таблице 1, степень опасности события 1 *высокая*.

Степень опасности события 2 определяется формулой

$$y_{02}^{(3)} = 1 - \frac{1}{n_2^{(2)} \sum_{i=1} p_{i2}^{(2)} (1 - y_{0i2}^{(2)})^{-1}},$$

где  $n_2^{(2)} = 2$ . Расчёт даёт результат

$$y_{02}^{(3)} = 1 - \frac{1}{0,5 \frac{1}{1-0,45} + 0,5 \frac{1}{1-0,23}} = 0,36.$$

По таблице 1, степень опасности события 2 *низкая*.

И, наконец, степень опасности рассматриваемой ситуации в целом определим по формуле

$$y_0^* = y_0^{(4)} = 1 - \frac{1}{\sum_{i=1}^{n^{(3)}} p_i^{(3)} (1 - y_{0i}^{(3)})^{-1}},$$

где  $n^{(3)} = 2$ . После расчётов

$$y_0^* = y_0^{(4)} = 1 - \frac{1}{0,5 \frac{1}{1-0,74} + 0,5 \frac{1}{1-0,36}} = 0,59.$$

Согласно таблице Харрингтона, степень опасности данной ситуации в целом определяется как *средняя*.

Описанный процесс в сконцентрированном виде представлен Таблицей 2.

Таблица 2

Шкала Харрингтона		Профиль ситуации						
Градации	Числа $y_0$	Критерии $y_0^{(j)}$						
		$y_{01}^{(2)}$	$y_{02}^{(2)}$	$y_{03}^{(2)}$	$y_{04}^{(2)}$	$y_{01}^{(3)}$	$y_{02}^{(3)}$	$y_0^* = y_0^{(4)}$
Оч.высокая	0,8-1,0							
Высокая	0,64-0,8	0,74				0,68		
Средняя	0,37-0,64		0,64	0,45				0,59
Низкая	0,2-0,37				0,23		0,36	
Оч.низкая	0,0-0,2							

---

### Профиль ситуации

---

Для визуализации векторной оценки проблемных ситуаций Таблица 2 даёт возможность использовать совокупность нормированных критериев  $U_{0k}$ . На этой основе строится графический образ ситуации («профиль ситуации»). Используется идея известного психофизиологического теста «Миннесота» [2]. Изучая реакции человека на внешние воздействия, психологи оценивают эти реакции по различным показателям, обозначают оценки точкой на шкале, соединяют точки линиями и выстраивают так называемый «профиль личности». Для опытного специалиста такой графический образ позволяет создать целостное представление об основных свойствах личности тестируемого человека. Аналогичным образом, концепция профиля ситуации позволяет создать *целостный* графический образ оцениваемой ситуации, что может оказаться весьма полезным, например, при экспресс-оценках для руководителя программы.

---

### Заключение

---

Предложенный подход даёт возможность формализовано прорабатывать различные сценарии принятия управленческих решений для ликвидации проблемных ситуаций с разными вводными данными. Например, ЛПР может варьировать параметры реакций на проблемные события. Это позволит, в конечном итоге, принять наиболее адекватное в заданных условиях окончательное решение.

---

### Acknowledgements

---

The paper is published with partial support by the project ITHEA XXI of the ITHEA ISS ( [www.ithea.org](http://www.ithea.org) ) and the ADUIS ( [www.aduis.com.ua](http://www.aduis.com.ua) ).

---

### Литература

---

- [Litvak, 2004] Литвак Б.Г. Экспертные технологии в управлении. – М.: Дело, 2004. – 400 с.
- [Voronin et al, 2013] Воронин А.Н., Зиятдинов Ю.К. Теория и практика многокритериальных решений: Модели, методы, реализация. – Lambert Academic Publishing, 2013. – 305 с.
- [Voronin, 2003] Воронин А.Н. Вложенные скалярные свертки векторного критерия // Проблемы управления и информатики. – 2003. – № 5. – С. 10-21.
- [Voronin, 2009] Воронин А.Н. Декомпозиция и композиция свойств альтернатив в многокритериальных задачах принятия решений // Кибернетика и системный анализ. – 2009. – № 1. – С. 117-122.
- [Zadeh,1976] Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. – М.: Мир, 1976. – 165 с.

---

Сведения об авторах

---



**Воронин Альберт Николаевич** – профессор, доктор технических наук, профессор кафедры компьютерных информационных технологий Национального авиационного университета, проспект Комарова, 1, Киев-58, 03058 Украина; e-mail: [alnv@voliacable.com](mailto:alnv@voliacable.com)



**Зиатдинов Юрий Кашафович** – профессор, доктор технических наук, зав. кафедрой компьютерных информационных технологий Национального авиационного университета, проспект Комарова, 1, Киев-58, 03058 Украина; e-mail: [oberst@nau.edu.ua](mailto:oberst@nau.edu.ua)

### Vector System of Evaluation of Problematic Situations

Albert Voronin, Yuriy Ziatdinov

**Abstract:** *The problem of quantitative and qualitative evaluation of problematic situations involving dangerous (alarming, unfavorable) events is considered. The problem of analytical assessment is solved by the nested scalar convolutions of vector criterion method with nonlinear trade-off scheme. Qualitative assessment is based on Harrington's verbal and numerical scale. The illustrative example is given.*

**Keywords:** *multicriteria evaluation, problematic situations, nested scalar convolutions.*