

## НЕЧЕТКИЙ МЕТОД ИНДУКТИВНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НА ФОНДОВЫХ РЫНКАХ

Юрий Зайченко

**Abstract:** The problem of prediction of British Petroleum Corp. stock prices and the Dow Jones Industrial Average stock quote is considered. For the prediction data stock quote of the largest oil companies at the stock exchange NYSE were used as input data. The obtained experimental results of prediction using FGMDH were compared with the classical GMDH and cascade neo-fuzzy neural networks. For the classical and fuzzy GMDH four classes of functions- linear, quadratic, Fourier polynomial and Chebyshev polynomial were used, and the variation in the form of membership function, the size of learning sample and freedom of choice with the developed software were performed. Experimental results of forecasting at NYSE are presented enabling to estimate efficiency of different forecasting methods and to choose the most proper method.

**Keywords:** fuzzy group method of data handling, stock exchange, stock prices forecasting, cascade neo-fuzzy neural networks.

### Введение

Задача прогнозирования курсов ценных бумаг на фондовых рынках является чрезвычайно актуальной. От надежного и своевременного прогноза цен акций непосредственно зависит ожидаемая доходность инвесторов от вложения свободных капиталов в портфели ценных бумаг и снижения ожидаемого риска. Финансовые процессы на рынках являются динамическими, быстроменяющимися и существенно нестационарными, что не позволяет использовать для прогнозирования классические методы статистического анализа и вызывает острую необходимость применения новых методов, основанных на идеях и технологиях искусственного интеллекта, в частности, методов самоорганизации и нейронных сетей, четких и нечетких. Целью настоящей работы является исследование эффективности метода индуктивного моделирования- нечеткого метода группового учета аргументов (НМГУА), его сравнение с классическим МГУА и каскадными нео-фаззи нейронными сетями.

### Основные идеи и общая схема метода

Этот метод использует идеи самоорганизации и эволюции живой природы – скрещивание и селекцию. На рисунке 1 показана постановка задачи идентификации модели

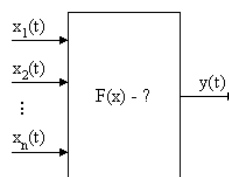


Рис.1. Схема метода

Пусть есть выборка из  $N$  входных  $X(i)$  и выходных  $Y(i)$  наблюдений:

$$\begin{aligned}
 & \{ \mathbf{X}(1) \quad \mathbf{Y}(1) \} \\
 & \{ \mathbf{X}(2) \quad \mathbf{Y}(2) \} \\
 & \dots\dots\dots \\
 & \{ \mathbf{X}(N) \quad \mathbf{Y}(N) \}
 \end{aligned} \tag{1}$$

По результатам наблюдения необходимо построить  $F(x)$ , причем структура модели  $F(x)$  неизвестна.

Наиболее полная зависимость между входами  $\mathbf{X}(i)$  и выходами  $\mathbf{Y}(i)$  может быть представлена в виде обобщенного полинома Колмогорова-Габора.

Пусть есть выборка  $\mathbf{X} = \{x_1, \dots, x_N\}$ , тогда такой полином имеет вид:

$$Y = a_0 + \sum_{i=1}^N a_i x_i + \sum_{j=1}^N \sum_{i \leq j} a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^N \sum_{j \leq i} \sum_{k \leq j} a_{ijk} x_i x_j x_k + \dots \tag{2}$$

где все коэффициенты  $a_i$  неизвестны.

При построении модели в качестве критерия используется критерий регулярности:

$$\overline{\varepsilon^2} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (y_i - f(x_i))^2 \tag{3}$$

Необходимо найти модель, для которой  $\overline{\varepsilon^2} \rightarrow \min$ .

Рассмотрим основные принципы метода индуктивного моделирования [Ю. Зайченко, 2008].

**Принцип множества моделей:** существует множество моделей, которые на данной выборке обеспечивают нулевую ошибку. То есть, на  $N$  узлах интерполяции можно построить семейство моделей, каждая из которых при прохождении через экспериментальные точки будет давать нулевую ошибку  $\overline{\varepsilon^2} = 0$ .

Обозначим  $S$  – сложность модели (определяется числом членов полинома Колмогорова-Габора).

**Принцип самоорганизации.** С ростом сложности модели значение ошибки  $\overline{\varepsilon^2}$  будет падать, достигая минимума, а потом расти. Нам необходимо выбрать такую оптимальную сложность при которой ошибка будет минимальна. Если учитывать действие помех, то можно выделить следующие моменты:

При различном уровне помех зависимость  $\overline{\varepsilon^2}$  от сложности  $S$  будет изменяться, сохраняя при этом общую направленность (имеется ввиду, что с ростом сложности она сначала будет уменьшаться, а затем – возрастать).

При увеличении уровня помех величина  $\min_S \overline{\varepsilon^2}$  будет расти.

С ростом уровня помех,  $S_0 = \arg \min \overline{\varepsilon^2}$  будет уменьшаться. Причем  $\overline{\varepsilon^2}(S_0) > 0$ , если уровень помех не нулевой.

Принцип внешнего дополнения. Поиск наилучшей модели осуществляется таким образом:

Вся выборка  $N$  делится на обучающую  $N_{об}$  и проверочную  $N_{пров}$ :

На обучающей выборке  $N_{об}$  определяются значения оценки  $\alpha_0, \alpha_i, \alpha_{ij}$ .

На проверочной выборке  $N_{пров}$  отбираются лучшие модели.

Принцип свободы выбора (неокончателности промежуточного решения):

Пусть входной вектор имеет размерность  $N$  ( $X = \{x_1, \dots, x_N\}$ )

Для каждой пары  $x_i$  и  $x_j$  строятся частичные описания (всего  $C_N^2$ ) вида:

или  $y^{(s)} = \phi(x_i, x_j) = a_0 + a_i x_i + a_j x_j$ ,  $s = 1..C_N^2$  (линейные);

или  $y^{(s)} = \varphi(x_i, x_j) = a_0 + x_i + a_j x_j + a_{ii} x_i^2 + a_{ij} x_i x_j + a_{jj} x_j^2$ ,  $s = 1..C_N^2$  (квадратичные).

Определяем коэффициенты этих моделей по МНК, используя обучающую выборку. Т.е. находим  $\hat{a}_0, \hat{a}_1, \dots, \hat{a}_j, \dots, \hat{a}_N, \hat{a}_{11}, \dots, \hat{a}_{ij}, \dots, \hat{a}_{NN}$ .

Далее на проверочной выборке для каждой из этих моделей ищем оценку

$$\overline{\varepsilon_s^2} = \frac{1}{N_{пов}} \cdot \sum_{k=1}^{N_{пов}} \left[ Y(k) - \hat{Y}_k^{(s)} \right]^2 \quad (4)$$

где  $Y(k)$  - действительное значение выходное значение в  $k$ -той точке проверочной выборки;  $\hat{Y}_k^{(s)}$  - выходное значение в  $k$ -той точке проверочной выборки в соответствии с  $s$ -той моделью) и определяем  $F$  лучших моделей ( так называемая «свобода выбора»..

Выбранные  $y_i$  подаются на второй ряд. Ищем

$$z_I = \varphi^{(2)}(x_i, x_j) = a_0^{(2)} + a_1^{(2)} x_i + a_2^{(2)} x_j + a_3^{(2)} x_i^2 + a_4^{(2)} x_i x_j + a_5^{(2)} x_j^2 \quad (5)$$

Оценка здесь такая же, как на первом ряде. Отбор лучших осуществляется опять так же, но  $F_2 < F_1$ .

Процесс конструирования рядов повторяется до тех, пока средний квадрат ошибки будет падать. Когда на слое  $m$  получим увеличение ошибки  $\overline{\varepsilon^2}$ , то прекращаем процес синтеза модели.

## Общее описание нечеткого МГУА

Рассмотрим линейную интервальную модель регрессии [Ю. Зайченко, 2008]:

$$Y = A_0 Z_0 + A_1 Z_1 + \dots + A_n Z_n \quad (6)$$

$A_i$  – нечеткие числа для треугольно вида, которые можно задать следующими параметрами, центром  $a_i$  и шириной  $c_i$ ,  $c_i > 0$ .

$$A_i = (a_i, c_i) \quad (7)$$

$Z_i$  -входные данные, предположим что

$$z_0 = 1, z_1 = x_i, z_2 = x_j, z_3 = x_i^2, z_4 = x_j^2, z_5 = x_i * x_j$$

Тогда  $Y$  – нечеткое число, параметры которого определяются следующим образом [Ю. Зайченко, 2008]:

центр интервала

$$a_y = \sum a_i * z_i = a^T * z \quad (8)$$

ширина интервала

$$c_y = \sum c_i * |z_i| = c^T * |z| \quad (9)$$

Для того, чтобы интервальная модель была корректной, необходимо, чтобы действительное значение выходной величины  $Y$  принадлежало интервалу неопределенности, что описывается следующими ограничениями:

$$\begin{cases} a^T z - c^T * |z| \leq y \\ a^T z + c^T * |z| \geq y \end{cases} \quad (10)$$

Предположим, что мы наблюдаем обучающую выборку  $\{z_0, z_1, z_2, \dots, z_M\}$ ,  $\{y_0, y_1, y_2, \dots, y_M\}$ . Тогда для адекватности модели необходимо найти такие  $(a_i, c_i) i=1..n$ , для которых бы выполнялись соотношения вида:

$$\begin{cases} a^T z_k - c^T * |z_k| \leq y_k \\ a^T z_k + c^T * |z_k| \geq y_k \end{cases} \quad k=\overline{1, M} \quad (11)$$

Сформулируем основные требования к оценочной линейной интервальной модели для частичного описания вида

Найти такие значения параметров  $(a_i, c_i) i=\overline{1, N}$  нечетких коэффициентов, при которых:

- наблюдаемые значения  $y_k$  попадали бы в оценочный интервал для  $y_k$ ;
- «суммарная ширина» оценочного интервала была бы минимальна.

Допустим, что выбраны квадратичные частичные описания:

$$Y = A_0 + A_{11} * x_i + A_{12} * x_j + A_{21} * x_i^2 + A_{22} * x_j^2 + A_{23} x_i * x_j \quad (12)$$

Тогда соответствующая задача ЛП будет выглядеть так [Ю. Зайченко, 2008]:

$$\begin{aligned} \min(C_0 * M + C_1 * \sum_{k=1}^M |x_{kj}|) + C_2 * \sum_{k=1}^M |x_{kj}| + C_3 * \sum_{k=1}^M |x_{kj} * x_{ij}| + \\ + C_4 * \sum_{k=1}^M |x_{ki}^2| + C_5 * \sum_{k=1}^M |x_{kj}^2| \end{aligned} \quad (13)$$

при условиях:

$$\begin{aligned} a_0 + a_1 * x_{ki} + a_2 * x_{kj} + a_3 * x_{kj} * x_{ij} + a_4 * x_{ki}^2 + a_5 * x_{kj}^2 - \\ - (C_1 + C_1 * \sum_{k=1}^M |x_{kj}|) + C_2 * \sum_{k=1}^M |x_{kj}| + C_3 * \sum_{k=1}^M |x_{kj} * x_{ij}| + C_4 * \sum_{k=1}^M |x_{ki}^2| + C_5 * \sum_{k=1}^M |x_{kj}^2| \leq y_k \\ a_0 + a_1 * x_{ki} + a_2 * x_{kj} + a_3 * x_{kj} * x_{ij} + a_4 * x_{ki}^2 + a_5 * x_{kj}^2 + \\ + (C_1 + C_1 * \sum_{k=1}^M |x_{kj}|) + C_2 * \sum_{k=1}^M |x_{kj}| + C_3 * \sum_{k=1}^M |x_{kj} * x_{ij}| + C_4 * \sum_{k=1}^M |x_{ki}^2| + C_5 * \sum_{k=1}^M |x_{kj}^2| \geq y_k \\ k=\overline{1, M} \\ C_p \geq 0, p=\overline{0, 5} \end{aligned} \quad (14)$$

где  $k$  – номер точки измерения.

Далее были исследованы интервальные модели регрессии с гауссовскими и колоколообразными функциями принадлежности и в результате применения вышеописанного подхода были получены модели задач ЛП аналогичной структуры что и для треугольных ФП .

### Адаптация нечетких прогнозирующих моделей

В процессе практического применения прогнозирующей модели в задаче прогнозирования курсов акций оценивалась ошибка прогноза и если реальные значения цен выходили за оценочный интервал, полученный по НМГУА, необходимо было корректировать модель, При этом структура модели не менялась, а адаптировались только нечеткие коэффициенты модели  $A_i=(\alpha_i, C_i)$  . Для адаптации коэффициентов модели предложено использовать рекуррентный метод наименьших квадратов (РМНК).

Рассмотрим интервальную модель вида:

$$y(k) = \theta^T \Psi(k) + v(k) \quad (15)$$

где  $y(k)$  – зависимая переменная,  $\Psi(k)$  – вектор измерений,

$v(k)$  – шумы случайного характера,  $\theta$  – вектор параметров, которые необходимо оценить.

Оценка вектора параметров  $\theta$  на шаге  $N$  проводится по следующей формуле:

$$\hat{\theta}(N) = \hat{\theta}(N-1) + \gamma(N)[y(N) - \hat{\theta}^T(N-1)\Psi(N)] \quad (16)$$

где  $\gamma(N)$  – вектор-коэффициент, который определяется по формуле:

$$\gamma(N) = \frac{P(N-1)\Psi(N)}{1 + \Psi^T(N)P(N-1)\Psi(N)} \quad (17)$$

где  $P(N-1)$  – информационная матрица, которая выполняется по формуле:

$$P(N-1) = P(N-2) - \frac{P(N-2)\Psi(N-1)\Psi^T(N-1)P(N-2)}{1 + \Psi^T(N-1)P(N-2)\Psi(N-1)} \quad (18)$$

Как видно из (18), информационную матрицу можно получить от процесса оценки параметров и параллельно ему.

Адаптация обоих векторов параметров –  $\theta_1^T = [\alpha_1 \dots \alpha_m]$ ;  $\theta_2^T = [C_1 \dots C_m]$  – проводится следующим образом.

Необходимо одновременно адаптировать как параметры  $\alpha_i$ , так и параметры  $c_i$ .

Тогда будем одновременно оценивать два вектора параметров по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_1(N) &= \hat{\theta}_1(N-1) + \gamma_1(N)[y(N) - \hat{\theta}_1^T(N-1)\Psi_1(N)] \\ \hat{\theta}_2(N) &= \hat{\theta}_2(N-1) + \gamma_2(N)[y_c(N) - \hat{\theta}_2^T(N-1)\Psi_2(N)] \end{aligned} \quad (19)$$

где  $\Psi_1^T = [z_1 \dots z_m]$ ;  $\Psi_2^T = [|z_1| \dots |z_m|]$ ;

$$y_c(N) = |y(N) - \hat{\theta}_1^T(N-1)\Psi_1(N)| \quad (20)$$

### Постановка задачи прогнозирования на фондовом рынке

В качестве входных величин были выбраны цены ведущих западных нефтяных компаний, которые котируются на фондовом рынке NYSE: цены закрытия компании Hess Corporation, цены закрытия компании Repsol YPF, S.A. (ADR), цены закрытия компании Eni S.p.A. (ADR), цены закрытия компании Exxon Mobil Corporation, цены закрытия компании Chevron Corporation, цены закрытия компании TOTAL S.A. (ADR). А в качестве прогнозируемой величины выбраны цены закрытия компании British Petroleum - BP plc (ADR).

Данные представлены в таблице 1 были взяты за период с 20 сентября 2011 года по 17 ноября 2011 года. Для проверки прогноза были использованы данные по компании BP plc (ADR) с 15 ноября 2011 года по 17 ноября 2011 года Таблица 1.

Таблица 1. Проверочные данные BP plc (ADR)

Дата	BP plc (ADR)
Nov 15, 2011	43.04
Nov 16, 2011	41.78
Nov 17, 2011	41.60

Входные величины были выбраны после анализа корреляционной матрицы

А в качестве входной величины для прогноза промышленного индекса Доу-Джонса были взяты цены закрытия семи входящих в него компаний: American Express Company, Bank of America, Coca-cola, McDonald's, Microsoft Corp., Johnson & Johnson, Intel Corp..

Эти данные были взяты также за период с 20 сентября 2011 года по 17 ноября 2011 года.

Для проверки прогноза были использованы данные по Dow Jones Industrial Average с 15 ноября 2011 года по 17 ноября 2011 года Таблица 2.

Таблица 2. Проверочные данные по Dow Jones Industrial Average

Дата	Dow Jones Industrial Average
Nov 15 2011	12096.16
Nov 16 2011	11905.59
Nov 17 2011	11770.73

Для исследования был выбран классический МГУА и нечеткий МГУА. Также было проведено сравнение с каскадной неo-fuzzy нейросетью.

Для исследования метода, процент выборки для обучения был выбран 50%, 70%, 90%.

Свобода выбора F = 5, 6.

В нечетком МГУА использовались треугольная, гауссовская и колоколообразная функция принадлежности. Для гауссовской и колоколообразной ФП был взят уровень  $\alpha = 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$ .

При анализе данных были использованы четыре модели частичных описаний:

- Линейная модель вида:

$$f(x_i, x_j) = A_{01} + A_{11} * x_i + A_{12} * x_j ,$$

- Квадратичная модель вида:

$$f(x_i, x_j) = A_{01} + A_{11} * x_i + A_{12} * x_j + A_{21} * x_i^2 + A_{22} * x_j^2 + A_{23} x_i * x_j ,$$

- Полином Фурье первого порядка:

$$f(x_i, x_j) = (A_{01})/2 + A_{11} * \cos(x_i) + A_{12} * \sin(x_j) ,$$

- Полином Чебышева второго порядка:

$$f(x_i, x_j) = (A_{01}) + A_{11} * x_i + A_{21} * (x_i^2 - 1) ,$$

где A- это нечеткие числа с треугольной, гауссовской и колоколообразной функциями принадлежности.

---

## Экспериментальные исследования индуктивных методов прогнозирования

---

### Классический МГУА

В данной серии экспериментов представлены результаты, полученные в результате использования классического МГУА в качестве метода для прогноза. Для исследования в качестве модели частичных описаний были взяты линейная, квадратичная, тригонометрический полином Фурье и полином Чебышева.

Все прогнозы проводились с изменением объема обучающей выборки, а именно 50%, 70%, 90% . Были проведены расчеты с изменением свободы выбора F=5, 6, 7. Но , как показали результаты исследования, из-за того, что колебания величин прогноза не велики, то значения прогноза отличаются только после 3 – 4 знака после запятой. Поэтому в последующих экспериментах свобода выбора принималась равной F=6.

С целью анализа прогнозов были просчитаны ошибки и ниже в таблицах 3 и 4, представлены следующие критерии оценки качества прогнозов: среднеквадратичная ошибка по проверочной выборке, среднеквадратичная ошибка по всей выборке, среднеабсолютная процентная ошибка по проверочной выборке, среднеабсолютная процентная ошибка по всей выборке, критерий Дурбина-Уотсона, статистика R-square, критерий Акайке, байесовский информационный критерий и критерий Шварца. Критерий среднеабсолютной процентной ошибки взят в процентах.

Таблица 3. Критерии результатов прогноза для курсов акций BP plc (ADR)

Шаг прогноза	Название критерия	Процент обучающей выборки		
		50%	70%	90%
1	MSE пр.	0.851172	0.195661	0.222304
	MSE	0.556938	0.285995	0.269439
	MAPE пр.	1.828592	0.952620	1.122068
	MAPE	1.405313	1.034865	0.994513
	DW	0.604306	2.171417	2.222481
	R-square	0.650841	0.969484	0.906763
	AIC	2.185818	1.590313	1.514696
	BIC	-3.023414	-2.349042	-2.244520
	SC	2.235525	1.640021	1.564404
2	MSE пр.	1.734720	0.433501	1.052307
	MSE	0.974776	0.425016	0.391586
	MAPE пр.	2.199273	1.274355	1.718034
	MAPE	1.412474	1.227474	1.090535
	DW	0.587306	1.913641	2.219508
	R-square	0.706036	1.046596	0.906839
	AIC	2.223931	1.874082	1.514855
	BIC	-3.059720	-2.698769	-2.244745
	SC	2.273639	1.923790	1.564562
3	MSE пр.	2.981124	1.093896	3.238221
	MSE	1.723194	0.675693	0.839414
	MAPE пр.	2.411189	1.788249	2.352890
	MAPE	1.571035	1.496220	1.241341
	DW	0.587306	1.952832	2.219508
	R-square	0.706036	1.023470	0.906839
	AIC	2.223931	1.923849	1.514855
	BIC	-3.059720	-2.754263	-2.244745
	SC	2.273639	1.973556	1.564562



Таблица 4 . Критерии результатов прогноза для индекса Dow Jones Industrial Average

Шаг прогноза	Название критерия	Процент обучающей выборки		
		50%	70%	90%
1	MSE пр.	40494.427565	33109.754270	40286.725033
	MSE	26900.763617	62553.804951	26432.081096
	MAPE пр.	1.462066	1.363148	1.405372
	MAPE	1.149183	1.809130	1.191039
	DW	1.917430	1.013536	1.862203
	R-square	0.990922	0.804774	0.849329

1	AIC	12.753417	13.551054	12.729001
	BIC	-7.360808	-7.482613	-7.356959
	SC	12.796073	13.593710	12.771656
2	MSE пр.	41546.293300	31602.995442	43907.693743
	MSE	27793.341807	61328.007065	32746.387552
	MAPE пр.	1.481603	1.374860	1.521950
	MAPE	1.167355	1.819287	1.280730
	DW	1.917020	1.013536	1.669879
	R-square	0.989976	0.804774	0.811488
	AIC	12.753849	13.551054	12.935378
	BIC	-7.360875	-7.482613	-7.389255
	SC	12.796504	13.593710	12.978034
3	MSE пр.	58651.409938	34923.660449	56028.016943
	MSE	37306.640205	61736.892393	34792.320367
	MAPE пр.	1.584580	1.394577	1.534979
	MAPE	1.230185	1.830302	1.288520
	DW	1.917430	1.013536	1.669879
	R-square	0.990922	0.804774	0.811488
	AIC	12.753417	13.551054	12.935378
	BIC	-7.360808	-7.482613	-7.389255
	SC	12.796073	13.593710	12.978034

### Нечеткий МГУА

В данном подразделе представлены результаты, полученные при использовании нечеткого МГУА в качестве метода для прогноза. Для исследования в качестве моделей частичных описаний использовались: линейная, квадратичная, полином Фурье, полином Чебышева. В качестве функции принадлежности были выбраны: треугольная, линейная и колоколообразная. Критерий среднеабсолютной процентной ошибки взят в процентах. Все прогнозы проводились с изменением соотношения объема обучающей выборки, а именно 50%, 70%, 90% .

На рис. 2 приведены графики прогнозов по НМГУА для линейных частичных описаний на 3 шага вперед при  $F = 6$  и объеме обучающей выборки - 70%, при этом была взята гауссовская функция принадлежности,

уровень значимости  $\alpha = 0,7$ .

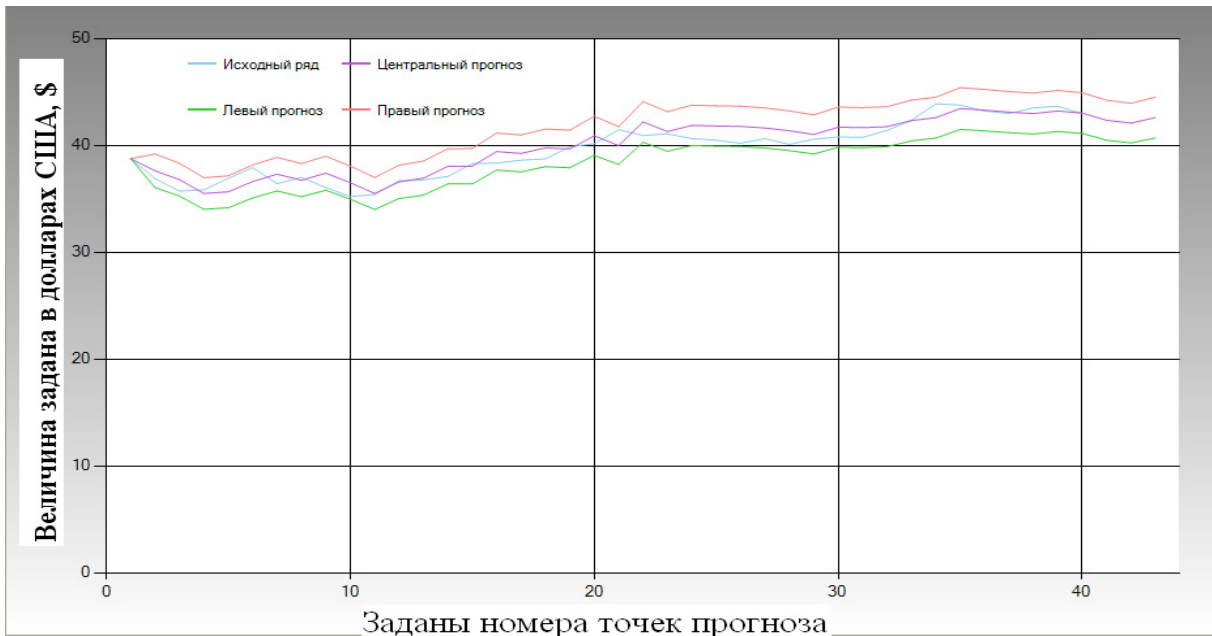


Рис. 2

С целью анализа прогноза были просчитаны критерии ошибки, которые представлены в таблицах 4 и 5, где показаны: среднеквадратичная ошибка (СКО) по проверочной выборке, СКО по всей выборке, среднеабсолютная процентная ошибка (САПП) по проверочной выборке, САПП по всей выборке, критерий Дурбина-Уотсона, статистика R-square, критерий Акаике, байесовский информационный критерий и критерий Шварца. Критерии рассчитывались для каждого шага прогноза с использованием проверочной выборки.

Таблица 4. Статистика критериев на каждый шаг прогноза цен закрытия акций BP plc (ADR) для НМГУА

Шаг прогноза	Название статистики	Процент обучающей выборки		
		50%	70%	90%
1	MSE пр.	1.248355	0.793523	0.317066
	MSE	0.748864	0.612827	0.485599
	MAPE пр.	2.041366	2.065155	1.386096
	MAPE	1.452656	1.723657	1.505965
	DW	0.686478	1.763043	1.839065
	R-square	1.064526	0.938058	1.008042
	AIC	2.456985	2.228267	2.053752
	BIC	-3.268440	-3.063808	-2.892253
	SC	2.506693	2.277974	2.103459
2	MSE пр.	1.256828	1.871883	2.440575
	MSE	0.728499	0.989650	0.795699
	MAPE пр.	2.072085	2.367006	2.426847
	MAPE	1.468987	1.845798	1.656084
	DW	0.686478	1.795021	1.839065
	R-square	1.064526	0.874163	1.008042
	AIC	2.456985	2.147717	2.053752
	BIC	-3.268440	-2.986448	-2.892253
	SC	2.506693	2.197424	2.103459
3	MSE пр.	1.317349	5.408313	6.385595
	MSE	0.788241	2.388737	1.625459
	MAPE пр.	2.129226	3.095381	3.169584
	MAPE	1.496548	2.149238	1.834261
	DW	0.686478	1.762895	1.839065
	R-square	1.064526	0.945517	1.008042
	AIC	2.456985	2.229614	2.053752
	BIC	-3.268440	-3.065077	-2.892253
	SC	2.506693	2.279321	2.103459

Таблица 5. Статистика критериев на каждый шаг прогноза для индекса Dow Jones Industrial Average при использовании НМГУА

Шаг прогноза	Название критерия	Процент обучающей выборки		
		50%	70%	90%
1	MSE пр.	37900.205497	37035.864923	37221.489676
	MSE	25676.116414	62162.341245	43498.250784
	MAPE пр.	1.379057	1.207524	1.425909
	MAPE	1.137631	1.705561	1.627755
	DW	1.910164	1.265273	1.338295
	R-square	0.920628	0.928216	0.769091
	AIC	12.708769	13.569508	13.219191
	BIC	-7.353765	-7.485345	-7.432833
	SC	12.751424	13.612164	13.261847
2	MSE пр.	37541.139628	39456.166212	38884.456009
	MSE	25793.209060	61020.777256	43549.202548
	MAPE пр.	1.379904	1.230402	1.457562
	MAPE	1.143661	1.711295	1.628665
	DW	1.910164	1.265273	1.338295
	R-square	0.920628	0.928216	0.769091
	AIC	12.708769	13.569508	13.219191
	BIC	-7.353765	-7.485345	-7.432833
	SC	12.751424	13.612164	13.261847
3	MSE пр.	44442.485544	44478.491577	79402.073988
	MSE	29782.905175	63478.044185	49364.835751
	MAPE пр.	1.430837	1.289476	1.678009
	MAPE	1.176753	1.719494	1.651875
	DW	1.910164	1.265273	1.338295
	R-square	0.920628	0.928216	0.769091
	AIC	12.708769	13.569508	13.219191
	BIC	-7.353765	-7.485345	-7.432833
	SC	12.751424	13.612164	13.261847

На рис. 3. показан прогноз на 3 шага при  $F = 6$  и проценте обучающей выборки - 70% для гауссовской функции принадлежности, уровень  $\alpha = 0,7$ .

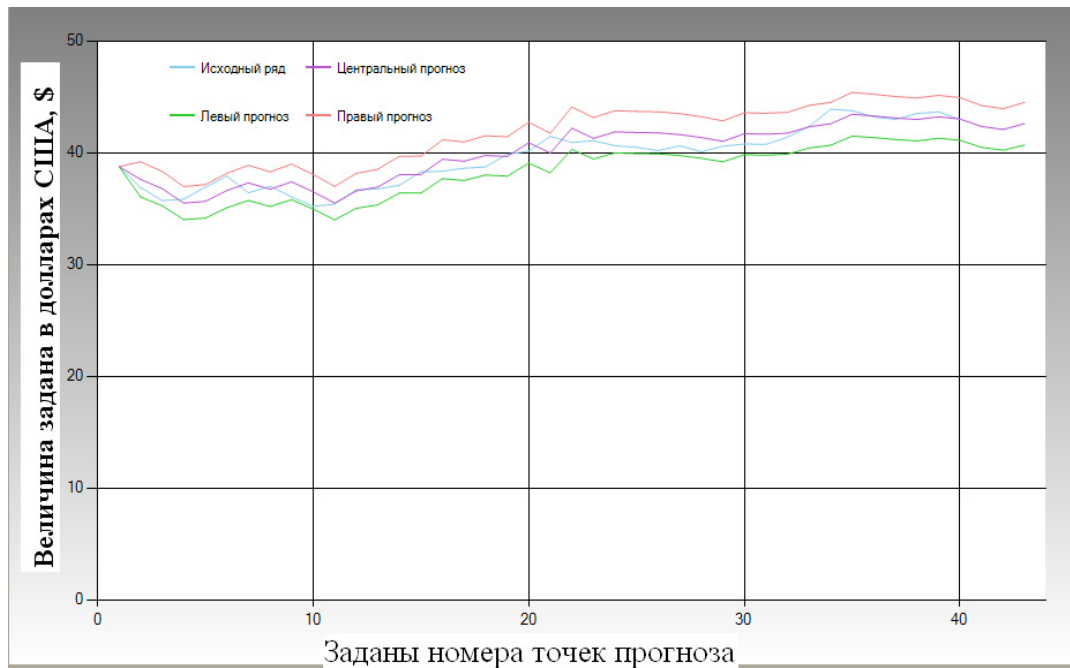


Рис. 3. Прогноз на 3 шага для индекса Dow Jones I. A

Далее были проведены эксперименты по прогнозированию цен акций компании и индекса Доу-Джонса с использованием МГУА и НМГУА с различными моделями частичных описаний (МЧО): линейными, квадратичными, рядами Фурье и ортогональными полиномами Чебышева, а также при использовании нечетких каскадных нео-фаззи нейронных сетей [2]. Итоговые результаты сравнительных экспериментов при прогнозе на 1, 2 и 3 шага вышеуказанными методами для котировки акций компании British Petroleum -BP plc (ADR) приведены в таблице 6, а для индекса Доу\_Джонса – в таблице 7.

Таблица 6. Сравнительные результаты прогнозирования на 3 шага для акций BP plc (ADR)

Шаг Прогноза	Критерии оценки	нео-fuzzy нейрон сеть	Результаты, полученные при помощи четкого МГУА				Результаты, полученные при помощи нечеткого МГУА			
			Линейная МЧО	Квадратичная МЧО	Полином Фурье в кач. МЧО	Полином Чебышева в кач. МЧО	Линейная МЧО	Квадратичная МЧО	Полином Фурье в кач. МЧО	Полином Чебышева в кач. МЧО
1	MSE	5.231	0.285	1.905	0.859	0.365	0.481	0.130	1.691	0.757
	MAPE	4.521	1.034	1.965	1.624	1.114	1.374	0.813	2.960	1.459
2	MSE	6.111	0.425	3.090	1.094	0.366	0.498	0.150	1.742	1.029
	MAPE	5.398	1.227	2.916	1.814	1.115	1.481	0.818	2.977	1.584
3	MSE	7.490	0.675	4.978	2.144	0.523	0.572	0.308	2.183	1.505
	MAPE	6.521	1.496	4.434	2.050	1.320	1.494	0.908	3.024	1.681

Судя по представленным оценкам, наилучшие результаты дал нечеткий МГУА с квадратичной моделью частичных описаний при 70%-ой обучающей выборке и гауссовской функцией принадлежности. Худшие результаты в обоих методах дало использование полинома Фурье в качестве МЧО. Оба метода МГУА показали высокую точность прогноза. Если сравнивать результативность обоих методов по использованным моделям частичных описаний, то линейная МЧО в классическом МГУА дала более точные результаты. А при использовании остальных моделей частичных описаний более точные оценки получены для НМГУА. В то же время каскадная нео-fuzzy нейросеть дала результаты хуже, чем оба метода МГУА.

Таблица 7. Сравнительные результаты прогнозирования на 3 шага для индекса Dow Jones I.

Шаг прог-ноза	Критери и. оценки	нео-fuzzy нейросеть	Результаты полученные при помощи четкого МГУА				Результаты полученные при помощи нечеткого МГУА			
			Линейная МЧО	Квадратичная МЧО	Полином Фурье в кач. МЧО	Полином Чебышева в кач. МЧО	Линейная МЧО	Квадратичная МЧО	Полином Фурье в кач. МЧО	Полином Чебышева в кач. МЧО
1	MSE	514561	26900	38225	40142	23818	25176	21332	42205	24464
	MAPE	5.231	1.149	1.298	1.445	1.111	1.137	1.046	1.487	1.125
2	MSE	584371	27793	39460	40930	23978	25793	223491	59059	24767
	MAPE	5.992	1.167	1.322	1.445	1.119	1.143	1.098	1.614	1.144
3	MSE	624501	37306	50471	41720	27337	29782	38291	63900	24910
	MAPE	6.179	1.230	1.386	1.460	1.157	1.176	1.099	1.623	1.160

Судя по представленным результатам в табл. 7, каскадная нео-fuzzy нейросеть показала результаты хуже, чем оба метода МГУА. Наилучшие результаты показал нечеткий МГУА с квадратичной моделью частичных описаний (МЧО) при 50%-ой обучающей выборке и колоколообразной функцией принадлежности. Худшие результаты в обоих методах дало использование полинома Фурье в качестве МЧО. Оба метода МГУА показали высокую результативность. Если сравнивать эффективность обоих методов МГУА И НМГУА по использованным моделям частичных описаний, то полиномы Фурье и Чебышева в качестве МЧО в классическом МГУА дали более точные результаты, а при использовании линейной и квадратичной моделей частичных описаний более точные оценки получены методом НМГУА.

## Выводы

Проведены сравнительные экспериментальные исследования методов прогнозирования курсов акций на фондовом рынке NYSE. Рассматривались индуктивные методы прогнозирования: классический МГУА, нечеткий МГУА и каскадная нео-fuzzy нейросеть. В качестве входной прогнозируемой величины были выбраны цены закрытия компании BP plc (ADR) и промышленный индекс Доу-Джонса. Данные были взяты за период с 20 сентября 2011 года по 17 ноября 2011 года.

---

---

При анализе данных использованы четыре модели частичных описаний: линейная, квадратичная, полином Фурье первого порядка, полином Чебышева второго порядка.

1. В процессе экспериментов варьировался размер обучающей выборки: 50%, 70%, 90%.  
Нечеткий метод применялся с использованием трёх типов ФП: треугольной, гауссовской и колоколообразной. Лучшие результаты показало использование гауссовской ФП для прогноза цен акций компании BP plc (ADR) и колоколообразной ФП для прогноза индекса Dow Jones I. A..
2. Как показали эксперименты, **наилучшие результаты были получены при использовании НМГУА** с квадратичной моделью частичных описаний при 70%-ой обучающей выборке для прогноза BP plc (ADR) и при 50%-ой обучающей выборке для прогноза промышленного индекса Доу-Джонса. Худшие результаты в обоих методах дало применение полинома Фурье в качестве МЧО. Нечеткий метод показал высокую точность, ошибка прогноза на 3 шага не превышает 2% и только для полинома Фурье ошибка на три шага была 3%. Четкий метод дает несколько худшие результаты, но ошибка для всех МЧО, кроме полинома Фурье также не превышает 2%, для полинома Фурье ошибка для 3-го шага не превышает 4,5%.

В то же время ошибка для нео-fuzzy нейросети для первого шага была 5%, а для 2-го и 3-го - до 6.5%.

---

## Литература

[Ю. Зайченко, 2008] Ю. П. Зайченко. Нечеткие модели и методы в интеллектуальных системах. Изд. Дом «Слово», К.: 2008.- 352 с.

[Ye. Bodyanskiy] Ye. Bodyanskiy, Ye. Viktorov, I. Pliss. The cascade NFNN and its learning algorithm .

---

## Acknowledgement

"The paper is published with financial support by the project ITHEA XXI of the Institute of Information Theories and Applications FOI ITHEA ( [www.itheta.org](http://www.itheta.org) ) and the Association of Developers and Users of Intelligent Systems ADUIS Ukraine ( [www.aduis.com.ua](http://www.aduis.com.ua) )."

---

## Информация об авторах

**Юрий Зайченко** – доктор технических наук, профессор. Институт прикладного системного анализа НТУУ «КПИ», 03056, Киев-56, Украина phone: 38044-4068393, e-mail: [baskervil@voliacable.com](mailto:baskervil@voliacable.com)  
[zaychenko Yuri@ukr.net](mailto:zaychenko Yuri@ukr.net)