
ВЫБОР ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО КЛАСТЕРА В СОКРАЩЕННОМ ПРОСТРАНСТВЕ КРИТЕРИЕВ

**Алексей Петровский, Василий Лобанов,
Алла Заболева-Зотова, Татьяна Шитова**

Аннотация: В работе описан подход к многокритериальному выбору вычислительного кластера с использованием многоэтапной технологии последовательного снижения размерности пространства критериев. С помощью методов вербального анализа решений построена иерархическая система составных критериев, агрегирующих исходных характеристики кластера. Предложенный подход позволяет упростить процедуру многокритериальных сравнения и выбора вариантов, уменьшить трудоемкость процедуры, провести анализ полученных результатов.

Ключевые слова: многокритериальный выбор, снижение размерности признакового пространства, агрегирование признаков, вербальный анализ решений, вычислительный кластер

ACM Classification Keywords: A.0 General Literature - Conference proceedings

Введение

В настоящее время при решении различных прикладных и научных задач все большее применение находят высокопроизводительные вычислительные кластеры. Причиной растущей распространенности вычислительных кластеров является увеличение числа задач, решение которых на персональном компьютере все чаще становится нецелесообразным. В качестве примеров можно указать обнаружение и отслеживание целей в радиолокации и гидроакустике, моделирование быстропротекающих процессов в физике и ряд других задач, требующих обработки больших массивов информации за короткое время. Архитектура современных кластеров предполагает использование стандартных комплектующих изделий, стоимость которых постоянно снижается вследствие массового выпуска и возрастающей конкуренции производителей. Все это ведет к уменьшению итоговой стоимости кластеров. Современные стандартные и относительно недорогие микропроцессоры, сетевые технологии и периферийные устройства позволяют создавать разнообразные конфигурации вычислительных кластеров, которые можно последовательно и гибко изменять и наращивать за счет добавления новых вычислительных модулей, обеспечивая требуемую производительность и соответствие потребностям пользователей [Фортон и др., 2002].

Сравнение разных вариантов конфигураций кластеров, выбор наиболее предпочтительных аппаратных и программных решений представляет собой достаточно сложную, слабо структурируемую и плохо формализованную задачу. Это обусловлено тем, что вычислительные кластеры, как и другие сложные технические системы, характеризуются большим числом показателей, а выбор осуществляется по многим критериям, среди которых могут быть и количественные, и качественные. Вместе с тем, как правило, вариантов конфигураций бывает немного. Поэтому такие варианты обычно оказываются несравнимыми друг с другом по своим показателям, что не позволяет применять известные методы принятия решений для выбора лучшего варианта кластера.

В работе рассматривается задача многокритериального выбора наиболее предпочтительной конфигурации вычислительного кластера, обладающего требуемыми для прикладных применений

параметрами. Для решения задачи применена многоэтапная технология ПАКС (Последовательное Агрегирование Классифицируемых Состояний) [Петровский, Ройзензон, 2012]. Подходы к решению задачи многокритериального выбора вычислительных кластеров были предложены в работах [Ройзензон, 2005], [Лобанов, Петровский, 2012]. Процедура снижения размерности признакового пространства в задачах многокритериальной классификации описана в работе [Петровский, Ройзензон, 2008].

Многоэтапная технология снижения размерности признакового пространства

При решении задач многокритериального выбора с помощью многоэтапной технологии ПАКС размерность признакового пространства последовательно сокращается, исходя из предпочтений лица, принимающего решение (ЛПР), или знаний эксперта [Петровский, Ройзензон, 2012]. Используя несколько методов вербального анализа решений и/или их комбинаций, большое число исходных характеристик рассматриваемых объектов агрегируется в небольшое число критериев, имеющих порядковые шкалы оценок (количественные и качественные). Методы группового вербального анализа решений дают возможность при решении задач выбора одновременно учитывать различные интересы многих участников, разнообразие и несовпадение их целей и способов выражения их предпочтений. Процедура решения задачи многокритериального выбора с применением технологии ПАКС включает три этапа.

На первом этапе, основываясь на предпочтениях ЛПР и/или знаниях эксперта, проводится снижение размерности признакового пространства путем построения иерархической системы составных критериев. Составным критерием называется обобщенный показатель, который характеризует выбранное ЛПР/экспертом свойство объектов, агрегирующее исходные характеристики. Каждая градация шкалы составного критерия является комбинацией градаций оценок исходных показателей. Процедура агрегирования исходных показателей и конструирования составных критериев включает: разбиение всех исходных показателей на группы критериев, внутри которых критерии близки друг другу по смыслу или являются неотъемлемыми характеристиками какого-либо составного критерия; построение дерева агрегирования для каждой сформированной группы критериев.

На втором этапе последовательно формируются шкалы оценок для каждого составного критерия с указанием диапазона изменения для каждой градации на шкале. Для этого используют различные методы вербального анализа решений [Ларичев, 2006], [Петровский, 2009]. Построение шкалы каждого составного критерия рассматривается как задача порядковой классификации, где в качестве классифицируемых объектов выступают комбинации градаций оценок исходных показателей, а классами являются градации оценок составного критерия. Тем самым каждая комбинация градаций оценок будет соответствовать некоторой градации оценок на шкале комплексного критерия.

На третьем этапе с помощью того или иного метода принятия решений выполняется окончательное решение рассматриваемой задачи выбора в полученном пространстве составных критериев меньшей размерности, которое определяется построенной системой составных критериев.

Формально задача снижения размерности признакового пространства имеет следующий вид:

$$X_1 \times \dots \times X_m \rightarrow Y_1 \times \dots \times Y_n, \quad n < m,$$

где X_1, \dots, X_m – исходный набор признаков, Y_1, \dots, Y_n – новый набор признаков, m – размерность исходного признакового пространства, n – размерность нового признакового пространства. Каждый из признаков имеет свою собственную шкалу $X_i = \{x_i^1, \dots, x_i^p\}$, $i=1, \dots, m$, $Y_j = \{y_j^1, \dots, y_j^h\}$, $j=1, \dots, n$ с упорядоченной градацией качественных (символьных, вербальных) оценок. В ходе снижения размерности признакового пространства различные комбинации исходных признаков (кортежи оценок) последовательно агрегируются в меньшие наборы новых признаков (составных критериев), имеющих для ЛПР или эксперта

вполне определенный смысл. Итогом является иерархическая система критериев, верхний уровень которой определяется содержанием практической проблемы.

Представим процесс построения шкал составных критериев в виде однотипных блоков. Блоки содержательно выделяются ЛПР в зависимости от специфики решаемой задачи. Каждый блок классификации i -го уровня иерархии состоит из некоторого набора признаков и одного составного критерия. В качестве объектов классификации выступают все комбинации градаций оценок на шкалах признаков. Классами решений i -го уровня служат градации оценок на шкале составного критерия.

В блоке классификации $(i+1)$ -го уровня иерархии составные критерии i -го уровня считаются признаками, множество комбинаций градаций оценок которых представляет собой новые объекты классификации в сокращенном признаковом пространстве, а классами решений будут теперь градации оценок на шкале составного критерия $(i+1)$ -го уровня. Процедура повторяется до тех пор, пока не останется единственный составной критерий верхнего уровня, являющийся искомым интегральным показателем, шкала оценок которого образует упорядоченные классы решений D_1, \dots, D_q . Тем самым устанавливается соответствие между классами решений D_1, \dots, D_q и совокупностью исходных показателей – множеством $X_1 \times \dots \times X_m$ всех возможных комбинаций градаций оценок на шкалах критериев $X_i = \{x_i^1, \dots, x_i^{g_i}\}$, $i=1, \dots, m$, а также находятся границы классов. Это позволяет легко построить упорядочение или классификацию реальных вариантов A_1, \dots, A_p , оцененных по многим критериям K_1, \dots, K_m .

Шкалы оценок по составным критериям можно сформировать, воспользовавшись несколькими способами из арсенала средств вербального анализа решений. Наиболее простым и легко воспринимаемым ЛПР способом конструирования порядковой шкалы составного критерия является метод стратификации кортежей, в котором используются однотипные (например, с одинаковым числом градаций) наборы порядковых вербальных шкал исходных показателей. Метод стратификации кортежей основан на сечении многомерного дискретного признакового пространства параллельными «гиперплоскостями». Каждый слой (страта) состоит из однотипных комбинаций градаций оценок на шкалах критериев X_i , а число таких сечений определяет ЛПР из содержательных соображений. Максимально возможное число слоев можно рассчитать по формуле $s = 1 - m + \sum_{i=1}^m g_i$. Каждый слой образуется как комбинация кортежей градаций оценок, сумма номеров которых фиксирована. Число классов $r \leq s$. В более сложных процедурах построения шкал критериев используются методы вербального анализа решений ЗАПРОС или ОРКЛАСС [5, 6], которые оперируют на множестве всех возможных кортежей оценок в признаковом пространстве, образованном декартовым произведением градаций оценок на шкалах критериев $X_1 \times \dots \times X_m$. В этих случаях число возможных комбинаций оценок (альтернатив) равно $t = \prod_{i=1}^m g_i$.

Рассмотрим небольшой иллюстративный пример. Пусть необходимо построить шкалу составного критерия D из градаций оценок исходных показателей A , B и C . Допустим, что все критерии A , B , C и D имеют шкалы с тремя вербальными градациями порядковых оценок $A = \{a^0, a^1, a^2\}$, $B = \{b^0, b^1, b^2\}$, $C = \{c^0, c^1, c^2\}$ и $D = \{d^0, d^1, d^2\}$, где e^0 – высокая оценка, e^1 – средняя оценка, e^2 – низкая оценка.

Применяя для построения порядковой шкалы составного критерия метод стратификации кортежей, можно, к примеру, объединить градации оценок исходных критериев в обобщенные градации составного критерия по такому принципу: все высокие оценки по исходным показателям образуют одну высокую оценку по составному критерию, все средние оценки по исходным показателям – одну среднюю оценку, все низкие оценки по исходным показателям – одну низкую оценку по составному критерию (рис. 1).

С помощью метода ОРКЛАСС строится полная непротиворечивая порядковая классификация многопризнаковых объектов, в качестве которых в рассматриваемом случае выступают наборы градаций

оценок по исходным показателям, образующим составной критерий (рис. 2). Получаемые классы решений соответствуют градациям шкалы составного критерия.

$a^0b^0c^1$	$a^0b^1c^1$	$a^0b^0c^2$	$a^0b^1c^2$	$a^2b^1c^0$	$a^0b^2c^2$	$a^1b^1c^2$	$a^1b^2c^2$	Страты кортежей		
$a^0b^0c^0$	$a^0b^1c^0$	$a^1b^1c^0$	$a^0b^2c^0$	$a^1b^0c^2$	$a^1b^1c^1$	$a^1b^2c^0$	$a^2b^0c^2$		$a^1b^2c^1$	$a^2b^2c^2$
$a^1b^0c^0$	$a^1b^0c^1$	$a^2b^0c^0$	$a^0b^2c^1$	$a^2b^0c^1$	$a^2b^2c^0$	$a^2b^1c^1$	$a^2b^2c^1$			
d^0			d^1			d^2				
Составной критерий D										

Рис.1. Конструирование шкалы составного критерия с помощью метода стратификации кортежей.

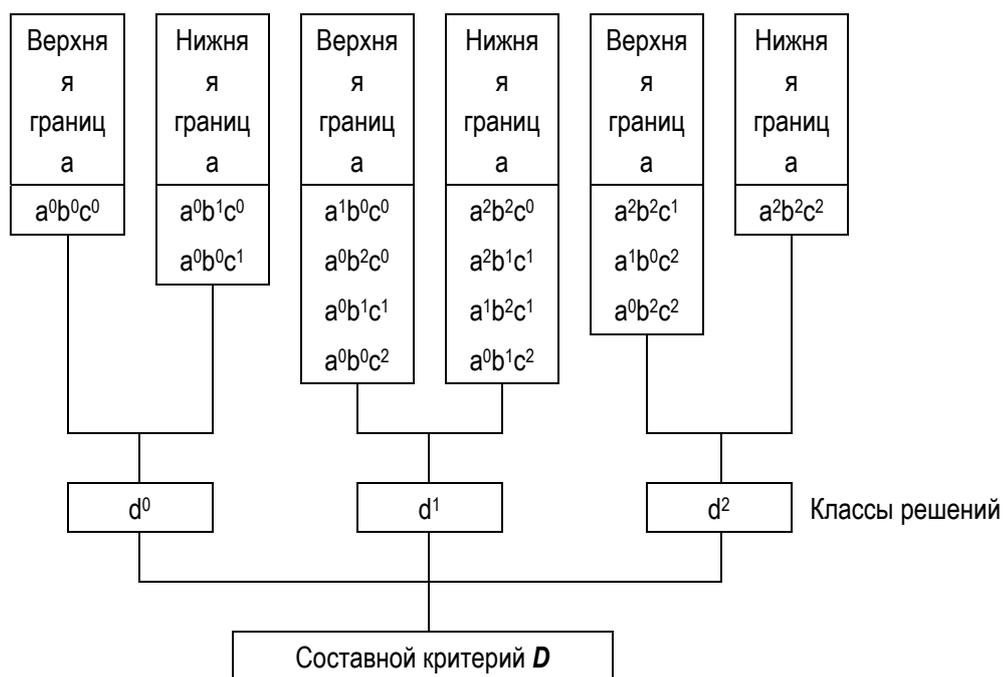


Рис. 2. Конструирование шкалы составного критерия методом ОРКЛАСС.

Новый методологический подход к снижению размерности пространства качественных признаков обладает определенной универсальностью, так как в общем случае можно оперировать как символьной (качественной), так числовой информацией. Сокращенное описание объектов дает возможность упростить процедуру решения первоначальной задачи выбора, сформировать разные наборы промежуточных критериев и воспользоваться разными способами конструирования их шкал. Сопоставление результатов, получаемых для разных иерархических систем критериев, позволяет сравнить их между собой и выбрать наиболее предпочтительную систему критериев, а также оценить качество сделанного выбора.

Агрегирование характеристик вычислительного кластера

Опишем основные этапы построения нескольких иерархических систем критериев, которые агрегируют исходные характеристики вычислительных кластеров [Лобанов, Петровский, 2012]. По результатам анализа характеристик рассматриваемых вариантов конфигураций кластеров и другой информации [Фортов и др., 2002] в качестве исходных были выбраны показатели, объединенные в следующие группы.

ХМ. Технические характеристики модуля: частота ядра процессора; разрядность ядра процессора; количество потоков; количество ядер процессора; объем поддерживаемой процессором оперативной памяти; количество процессоров в модуле; объем оперативной памяти модуля; наличие ускорителя универсальных вычислений; дисковая память модуля; наличие в модуле оптического накопителя данных.

ВХ. Вычислительные характеристики кластера: число модулей в кластере; скорость обмена между модулями; наличие встроенных средств ввода-вывода; наличие бесперебойного питания; программные характеристики кластера; возможность модернизации технических и программных средств кластера.

КХ. Конструкционные характеристики кластера: размеры кластера (высота, глубина, ширина); масса кластера; защищенность от помех.

ЭХ. Эксплуатационные характеристики кластера: энергопотребление; уровень шума; тепловыделение; условия эксплуатации (температура, влажность); наработка на отказ.

ПК. Производительность кластера.

СИ. Стоимость изготовления кластера.

Для каждого исходного показателя была сформирована своя вербальная шкала оценок с 3 или 2 градациями. Например, производительность кластера оценивалась как ПК⁰ – высокая (>2000 Гфлопс); ПК¹ – средняя (2000-500 Гфлопс); ПК² – низкая (<500 Гфлопс).

Иерархическая система критериев строится на основе предпочтений и знаний ЛПР. Для сравнения и выбора лучшего варианта кластера в рассматриваемом примере были построены две иерархические системы критериев, которые имели разную степень агрегирования исходных показателей. Прежде всего, были определены исходные показатели, которые рассматривались в качестве итоговых критериев. В качестве таковых были выделены два исходных показателя: производительность кластера и стоимость изготовления кластера. Остальные исходные характеристики были объединены в составные критерии.

В результате агрегирования все исходные характеристики были сведены в первом случае к следующим пяти критериям: ПК. Производительность кластера; СИ. Стоимость изготовления кластера; ВХ. Вычислительные характеристики кластера; КХ. Конструкционные характеристики кластера; ЭХ. Эксплуатационные характеристики кластера. Во втором случае были определены три итоговых критерия: ПК. Производительность кластера; СИ. Стоимость изготовления кластера; ОХ. Обобщенные характеристики кластера. Последний критерий объединяет вычислительные, конструкционные и эксплуатационные характеристики кластера.

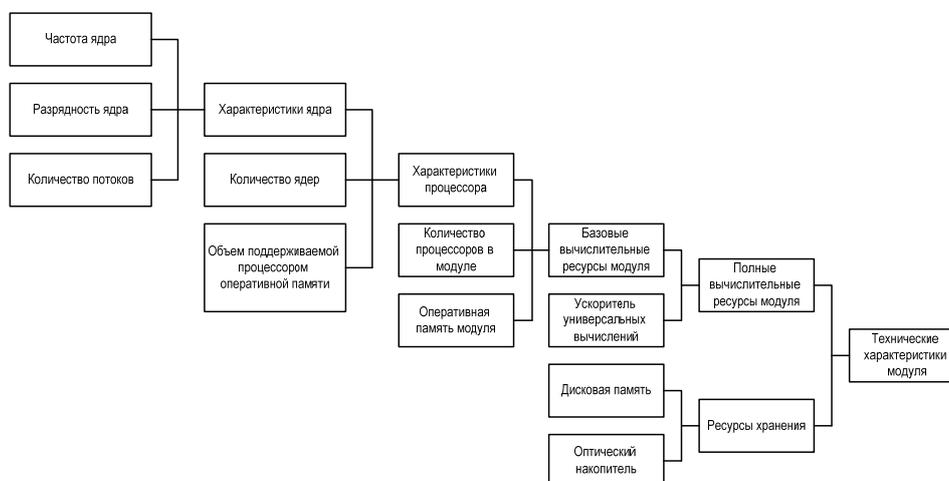


Рис. 3. Технические характеристики модуля.



Рис. 4. Вычислительные характеристики кластера.

Для каждой сформированной группы, образующей итоговый критерий, построено дерево агрегирования исходных показателей в составные критерии. Технические характеристики модуля были включены как составная часть в вычислительные характеристики кластера. Дерево технических характеристик модуля представлено на рис. 3, дерево вычислительных характеристик кластера – на рис. 4.

Для каждого составного критерия с помощью метода стратификации кортежей формировалась шкала оценок с назначением диапазона изменения характеристики критерия для каждой градации на шкале оценок. Например, шкала оценок итогового критерия ОХ. Обобщенные характеристики кластера имеет вид, аналогичный приведенному на рис. 1. В данной работе шкалы оценок исходных показателей и составных критериев формировались таким образом, чтобы количество градаций в любой шкале не превышало трех. Это связано, главным образом, с тем, что увеличение числа градаций шкалы оценок увеличивает количество комбинаций оценок при их агрегировании в составной критерий. А это обстоятельство в свою очередь усложняет процедуру агрегирования критериев и затрудняет объяснение полученных результатов для ЛПР.

Отметим, что определение комбинаций градаций оценок (кортежей оценок) по критериям предыдущего уровня иерархии, которые образуют соответствующую градацию оценок на шкале критерия следующего уровня иерархии, является субъективной неформализованной процедурой, которая выполняется ЛПР/экспертом. Конструировать каждую градацию шкалы составного критерия можно различными способами, используя разные методы для конструирования самой шкалы составного критерия, выбирая разные числа градаций и диапазоны изменения переменных на градациях шкал критериев предыдущего или данного уровня иерархии исходя из предпочтений ЛПР или знаний эксперта. При этом даже незначительное изменение диапазона переменных в какой-нибудь градации одного из критериев может оказать заметное влияние на совокупности кортежей оценок, входящих в те или иные градации оценок на шкалах составных критериев следующих уровней и итогового критерия. Именно эти обстоятельства и приводят к построению нескольких иерархических систем критериев, различающихся между собой.

Удобно рассматривать каждую такую систему критериев как выражение точки зрения (предпочтений, знаний) некоторого ЛПР/эксперта. Тем самым задача выбора вычислительного кластера трансформируется в задачу группового многокритериального выбора, которая должна решаться с помощью методов группового вербального анализа решений [Петровский, 2009].

Многокритериальный выбор конфигурации вычислительного кластера

Пусть имеется три варианта конфигурации вычислительного кластера: ВК1, ВК2 и ВК3, из которых требуется выбрать наиболее предпочтительную по многим критериям. При агрегировании исходных показателей были построены три различные иерархические системы итоговых критериев, на основе которых проводилось сравнение вариантов кластеров и выбор наилучшего. Иными словами, можно считать, что каждый вариант кластера независимо оценивался тремя экспертами по многим критериям.

Рассмотрим сначала первый случай агрегирования, в котором имелось 5 итоговых критериев: ПК, СИ, ВХ, КХ, ЭХ. Результаты многокритериальной оценки кластеров, представленные в виде кортежей вербальных оценок, приведены в табл. 1. Как следует из таблицы, кластеры остаются несравнимыми между собой, однако их различие по итоговым критериям становится более понятным. Вместе с тем такое представление результатов экспертной оценки пока не позволяет выбрать лучший вариант кластера.

Таблица 1. Оценки кластеров, представленные в виде кортежей (1 случай).

	ВК1	ВК2	ВК3
Эксперт 1	(ПК ¹ , СИ ¹ , ВХ ² , КХ ⁰ , ЭХ ⁰)	(ПК ² , СИ ⁰ , ВХ ¹ , КХ ² , ЭХ ¹)	(ПК ⁰ , СИ ² , ВХ ⁰ , КХ ² , ЭХ ²)
Эксперт 2	(ПК ¹ , СИ ¹ , ВХ ² , КХ ⁰ , ЭХ ⁰)	(ПК ² , СИ ⁰ , ВХ ⁰ , КХ ² , ЭХ ¹)	(ПК ⁰ , СИ ² , ВХ ⁰ , КХ ² , ЭХ ²)
Эксперт 3	(ПК ¹ , СИ ¹ , ВХ ² , КХ ⁰ , ЭХ ⁰)	(ПК ² , СИ ⁰ , ВХ ¹ , КХ ² , ЭХ ¹)	(ПК ⁰ , СИ ² , ВХ ⁰ , КХ ² , ЭХ ²)

Для дальнейшего сравнения кластеров и выбора наилучшей конфигурации экспертные оценки кластера ВК_{*i*}, *i*=1, 2, 3 были представлены как мультимножество или множество с повторяющимися элементами:

$$A_i = \{k_{A_i}(x_1^{e_1}) \circ x_1^{e_1}, \dots, k_{A_i}(x_1^{h_1}) \circ x_1^{h_1}, \dots; k_{A_i}(x_5^{e_5}) \circ x_5^{e_5}, \dots, k_{A_i}(x_5^{h_5}) \circ x_5^{h_5}\}.$$

Порождающим для мультимножества A_i множеством служит множество $X = X_1 \cup \dots \cup X_5$ всех градаций оценок на шкалах X_s критериев ПК, СИ, ВХ, КХ, ЭХ. Число $k_{A_i}(x_s^{e_s})$ указывает, сколько раз градация оценки $x_s^{e_s} \in X_s$, $s=1, \dots, 5$, $e_s=0, 1, 2$ встречается в описании варианта кластера ВК_{*i*}, знак \circ обозначает кратность градации оценки $x_s^{e_s}$ [Петровский, 2003]. Агрегированные многокритериальные оценки вычислительных кластеров ВК1, ВК2 и ВК3, записанные как мультимножества, имеют в первом случае следующий вид:

$$A_1 = \{0 \circ x_1^0, 3 \circ x_1^1, 0 \circ x_1^2; 0 \circ x_2^0, 3 \circ x_2^1, 0 \circ x_2^2; 0 \circ x_3^0, 0 \circ x_3^1, 3 \circ x_3^2; 3 \circ x_4^0, 0 \circ x_4^1, 0 \circ x_4^2; 3 \circ x_5^0, 0 \circ x_5^1, 0 \circ x_5^2\},$$

$$A_2 = \{0 \circ x_1^0, 0 \circ x_1^1, 3 \circ x_1^2; 3 \circ x_2^0, 0 \circ x_2^1, 0 \circ x_2^2; 1 \circ x_3^0, 2 \circ x_3^1, 0 \circ x_3^2; 0 \circ x_4^0, 0 \circ x_4^1, 3 \circ x_4^2; 0 \circ x_5^0, 3 \circ x_5^1, 0 \circ x_5^2\},$$

$$A_3 = \{3 \circ x_1^0, 0 \circ x_1^1, 0 \circ x_1^2; 0 \circ x_2^0, 0 \circ x_2^1, 3 \circ x_2^2; 3 \circ x_3^0, 0 \circ x_3^1, 0 \circ x_3^2; 0 \circ x_4^0, 0 \circ x_4^1, 3 \circ x_4^2; 0 \circ x_5^0, 0 \circ x_5^1, 3 \circ x_5^2\}.$$

Выбор наиболее предпочтительного варианта кластера проводился с помощью трех методов группового многокритериального выбора: метода АРАМИС, метода лексикографического упорядочивания по градациям критериальных оценок и метода взвешенных сумм рангов [Петровский, 2009].

Метод АРАМИС (Агрегирование и Ранжирование Альтернатив около Многопризнаковых Идеальных Ситуаций) позволяет упорядочивать многокритериальные варианты по близости к опорной точке, когда варианты представлены в виде мультимножеств. В качестве опорных точек были взяты две идеальные (возможно, гипотетические) конфигурации: кластер ВК₊, получивший по суждениям всех экспертов высокие оценки по всем критериям, и кластер ВК₋, получивший по суждениям всех экспертов низкие оценки по всем критериям. Эти варианты кластеров представляются соответственно мультимножествами

$$A_+ = \{3 \circ x_1^0, 0 \circ x_1^1, 0 \circ x_1^2; 3 \circ x_2^0, 0 \circ x_2^1, 0 \circ x_2^2; 3 \circ x_3^0, 0 \circ x_3^1, 0 \circ x_3^2; 3 \circ x_4^0, 0 \circ x_4^1, 0 \circ x_4^2; 3 \circ x_5^0, 0 \circ x_5^1, 0 \circ x_5^2\},$$

$$A_- = \{0 \circ x_1^0, 0 \circ x_1^1, 3 \circ x_1^2; 0 \circ x_2^0, 0 \circ x_2^1, 3 \circ x_2^2; 0 \circ x_3^0, 0 \circ x_3^1, 3 \circ x_3^2; 0 \circ x_4^0, 0 \circ x_4^1, 3 \circ x_4^2; 0 \circ x_5^0, 0 \circ x_5^1, 3 \circ x_5^2\}.$$

Близость конфигурации кластера BK_i к наилучшему кластеру определяется показателем относительной близости $L(BK_i)$ к опорной точке BK_+ , который вычисляется по формуле

$$L(BK_i) = d^+(BK_i) / [d^+(BK_i) + d^-(BK_i)].$$

Здесь $d^+(BK_i) = d(A_i, A_+)$, $d^-(BK_i) = d(A_i, A_-)$ – расстояния между мультимножествами A_i , A_+ и A_i , A_- в метрическом пространстве мультимножеств [Петровский, 2003], которые задаются выражением

$$d(A_i, A_{\pm}) = m(A_i \Delta A_{\pm}) = \sum_{s=1}^m w_s \sum_{e_s=1}^{h_s} |k_{A_i}(x_{s^e_s}) - k_{A_{\pm}}(x_{s^e_s})|,$$

где s – номер критерия, e^s – номер градации критериальной оценки.

Варианты кластеров упорядочиваются по возрастанию значения показателя относительной близости $L(BK_i)$ к наилучшему варианту. Наиболее предпочтительный вариант имеет меньшее значение $L(BK_i)$.

Метод лексикографического упорядочивания вариантов основан на последовательном сравнении вариантов по общему числу соответствующих градаций экспертных оценок. Сначала варианты сравнивают по числу высоких оценок или числу первых мест, затем по числу средних оценок или вторых мест, далее по числу низких оценок или третьих мест. Наиболее предпочтительным вариантом становится тот, у которого наибольшее число высоких экспертных оценок. Если вариантов с одинаковым количеством высоких оценок несколько, то сравнение этих вариантов происходит по средним оценкам, соответствующим второму месту и т.д.

Метод взвешенных сумм рангов основан на том, что разным градациям экспертных оценок ставится в соответствие определенный ранг и вес, соответствующий рангу градации. В данной работе высокой градации оценки был присвоен вес 3, средней градации – вес 2, низкой градации – вес 1. Наиболее предпочтительный вариант определяется по максимальной сумме произведений числа градаций оценок на вес ранга.

Результаты сравнения кластеров методами АРАМИС, лексикографического упорядочивания и взвешенных сумм рангов в первом случае представлены в табл. 3.

Таблица 2. Сравнение кластеров (1 случай).

	ПК ⁰	ПК ¹	ПК ²	СИ ⁰	СИ ¹	СИ ²	ВХ ⁰	ВХ ¹	ВХ ²	КХ ⁰	КХ ¹	КХ ²	ЭХ ⁰	ЭХ ¹	ЭХ ²	$L(BK_i)$	1м	2м	3м	Сумма
BK1	0	3	0	0	3	0	0	0	3	3	0	0	3	0	0	0,43	6	6	3	33
BK2	0	0	3	3	0	0	1	2	0	0	0	3	0	3	0	0,55	4	5	6	28
BK3	3	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	3	0	0	3	0,60	6	0	9	27

Как следует из таблицы 2, по методу АРАМИС кластер BK1 предпочтительнее кластера BK2, а кластер BK2 предпочтительнее кластера BK3: $BK1 > BK2 > BK3$; по методу лексикографического упорядочивания кластер BK1 предпочтительнее кластера BK3, а кластер BK3 предпочтительнее кластера BK2: $BK1 > BK3 > BK2$; по методу взвешенных сумм рангов кластеры BK2 и BK3 отличаются по сумме рангов незначительно и примерно равноценны, а кластер BK1 предпочтительнее их обоих: $BK1 > BK2 \approx BK3$.

Итоговое обобщенное упорядочение вариантов кластеров было построено при помощи процедуры Борда [Петровский, 2009] и имеет вид: $BK1 > BK2 \approx BK3$. Таким образом, в первом случае агрегирования критериев получаем, что кластер BK1 предпочтительнее кластеров BK2 и BK3, которые можно считать примерно равноценными.

Рассмотрим теперь второй случай агрегирования, в котором имелось 3 итоговых критерия: ПК, СИ, ОХ. Результаты многокритериальной оценки кластеров, представленные в виде кортежей вербальных оценок,

приведены в табл. 3. Как следует из таблицы 3, кластеры по-прежнему остаются несравнимыми между собой, однако их различие по итоговым критериям становится еще более понятным и наглядным.

Таблица 3. Оценки кластеров, представленные в виде кортежей (2 случай).

	ВК1	ВК2	ВК3
Эксперт 1	(ПК ¹ , СИ ¹ , ОХ ⁰)	(ПК ² , СИ ⁰ , ОХ ²)	(ПК ⁰ , СИ ² , ОХ ²)
Эксперт 2	(ПК ¹ , СИ ¹ , ОХ ⁰)	(ПК ² , СИ ⁰ , ОХ ¹)	(ПК ⁰ , СИ ² , ОХ ²)
Эксперт 3	(ПК ¹ , СИ ¹ , ОХ ⁰)	(ПК ² , СИ ⁰ , ОХ ²)	(ПК ⁰ , СИ ² , ОХ ²)

Агрегированные многокритериальные оценки вычислительных кластеров ВК1, ВК2 и ВК3, записанные как мультимножества, имеют во втором случае такой вид:

$$A_1 = \{0 \circ x_1^0, 3 \circ x_1^1, 0 \circ x_1^2; 0 \circ x_2^0, 3 \circ x_2^1, 0 \circ x_2^2; 3 \circ x_3^0, 0 \circ x_3^1, 0 \circ x_3^2\},$$

$$A_2 = \{0 \circ x_1^0, 0 \circ x_1^1, 3 \circ x_1^2; 3 \circ x_2^0, 0 \circ x_2^1, 0 \circ x_2^2; 0 \circ x_3^0, 1 \circ x_3^1, 2 \circ x_3^2\},$$

$$A_3 = \{3 \circ x_1^0, 0 \circ x_1^1, 0 \circ x_1^2; 0 \circ x_2^0, 0 \circ x_2^1, 3 \circ x_2^2; 0 \circ x_3^0, 0 \circ x_3^1, 3 \circ x_3^2\}.$$

Результаты сравнения кластеров методом АРАМИС, методом лексикографического упорядочивания и методом взвешенных сумм рангов во втором случае даны в табл. 4.

Таблица 4. Сравнение кластеров (2 случай).

	ПК ⁰	ПК ¹	ПК ²	СИ ⁰	СИ ¹	СИ ²	ОХ ⁰	ОХ ¹	ОХ ²	L(ВК _i)	1м	2м	3м	Сумма
ВК1	0	3	0	0	3	0	3	0	0	0,40	3	6	0	21
ВК2	0	0	3	3	0	0	0	1	2	0,60	3	1	5	16
ВК3	3	0	0	0	0	3	0	0	3	0,67	3	0	6	15

И во втором случае агрегирования критериев, как следует из таблицы 2, по методу АРАМИС кластер ВК1 предпочтительнее кластера ВК2, а кластер ВК2 предпочтительнее кластера ВК3: ВК1>ВК2>ВК3; по методу лексикографического упорядочивания кластер ВК1 предпочтительнее кластера ВК3, а кластер ВК3 предпочтительнее кластера ВК2: ВК1>ВК3>ВК2; по методу взвешенных сумм рангов кластеры ВК2 и ВК3 отличаются по сумме рангов незначительно и примерно равноценны, а кластер ВК1 предпочтительнее их обоих: ВК1>ВК2≈ВК3.

Итоговое обобщенное упорядочение вариантов кластеров во втором случае агрегирования критериев также строилось при помощи процедуры Борда. Оно совпадает с упорядочением, полученным в первом случае агрегирования критериев, и имеет вид: ВК1>ВК2≈ВК3. Таким образом, в обоих случаях агрегирования критериев получаем одинаковый результат: кластер ВК1 предпочтительнее кластеров ВК2 и ВК3, которые считаются примерно равноценными.

Обсудим полученные результаты. В первом случае кластер ВК1 обладает высокими конструкционными и эксплуатационными характеристиками, имеет среднюю стоимость и среднюю производительность, но низкие вычислительные характеристики. Кластер ВК2 имеет самую низкую стоимость изготовления среди трех кластеров, средние вычислительные и эксплуатационные характеристики, но и самую низкую производительность. Кластер ВК3 является лучшим по производительности, но имеет высокую стоимость, низкие конструкционные и эксплуатационные характеристики. Преобладание высоких и средних оценок по

большинству критериев выводит кластер ВК1 на первое место по предпочтительности в сравнении с кластерами ВК2 и ВК3. Совокупности оценок по критериям, в целом, делают кластеры ВК2 и ВК3 примерно равноценными, но уступающими по предпочтительности кластеру ВК1.

Аналогичным образом во втором случае кластер ВК1 обладает высокими обобщенными характеристиками, имеет среднюю стоимость и среднюю производительность. Кластер ВК2 имеет самую низкую стоимость изготовления среди трех кластеров, скорее низкие обобщенные характеристики и самую низкую производительность. Кластер ВК3 является лучшим по производительности, но имеет высокую стоимость, низкие обобщенные характеристики. Преобладание высоких и средних оценок по большинству критериев выводит кластер ВК1 на первое место по предпочтительности в сравнении с кластерами ВК2 и ВК3. Совокупности оценок по критериям, в целом, делают кластеры ВК2 и ВК3 примерно равноценными, но уступающими по предпочтительности кластеру ВК1.

Заключение

Итак, несмотря на первоначальную сложность задачи выбора, обусловленную большим числом исходных характеристик вычислительных кластеров, удалось снизить размерность признакового пространства описания за счет агрегирования показателей. С помощью методов группового многокритериального принятия решений найдена предпочтительная конфигурация кластера, описываемая конкретными и понятными значениями признаков. Совпадение результатов выбора лучшего варианта кластера для двух разных иерархических систем критериев, различающихся степенью агрегирования исходных показателей, можно расценивать как свидетельство достаточно высокой надежности предложенного подхода.

Вместе с тем построение систем критериев показало, что результаты агрегирования сильно зависят от знаний экспертов и предпочтений ЛПР. Более того, даже если задача выбора решается одним человеком, то и в этом случае на разных этапах процедуры агрегирования критериев результаты могут в большей или меньшей степени отличаться друг от друга в зависимости от суждений человека, как обусловленных взглядом на проблему с разных сторон, так и продиктованных жизненным опытом.

Новая многоэтапная технология решения задач многокритериального выбора в сочетании со снижением размерности пространства признаков обладает определенной универсальностью, так как в общем случае можно оперировать и с количественной (числовой), и с качественной (символьной, вербальной) информацией. Технология обеспечивает систематизацию имеющейся информации, облегчает выбор окончательного варианта решения, позволяет проанализировать и обосновать итоговые результаты. Важной особенностью технологии является возможность её совместного использования с другими методами принятия решений и технологиями обработки информации.

Разработанная технология может быть успешно применена в различных проблемных областях, где необходимо получить интегральный показатель оценки деятельности на основе исходной слабо структурируемой качественной информации. В частности, примером такой задачи может служить многоаспектная оценка результативности научных проектов, поддержанных Российским фондом фундаментальных исследований [Петровский и др., 2009].

Благодарности

The paper is published with partial support by the project ITHEA XXI of the ITHEA ISS (www.ithea.org) and the ADUIS (www.aduis.com.ua).

Библиография

- [Ларичев, 2006] Ларичев О.И. Вербальный анализ решений / Под ред. А.Б.Петровского. – М.: Наука, 2006.
- [Лобанов, Петровский, 2012] Лобанов В.Н., Петровский А.Б. Агрегирование критериев в задаче выбора вычислительного кластера. // Теория и практика системного анализа: Сборник трудов Всероссийской молодежной конференции. – Белгород: ИД «Белгород», 2012. – С.107-111.
- [Петровский и др., 2009] Петровский А.Б., Ройзензон Г.В., Тихонов И.П. Построение интегральных показателей оценки результативности научных проектов // Intelligent Support of Decision Making / Ed. by K. Markov, A. Voloshyn, K. Ivanova, I. Mitov. – No. 10. – Sofia: FOI ITHEA, 2009. – P. 59–66.
- [Петровский, 2003] Петровский А.Б. Пространства множеств и мультимножеств. – М: Едиториал УРСС, 2003.
- [Петровский, 2009] Петровский А.Б. Теория принятия решений. – М.: Издательский центр «Академия», 2009.
- [Петровский, Ройзензон, 2008] Петровский А.Б., Ройзензон Г.В. Интерактивная процедура снижения размерности признакового пространства в задачах многокритериальной классификации // Поддержка принятия решений: Труды Института системного анализа Российской академии наук / Под ред. А.Б. Петровского. – М.: Едиториал УРСС, 2008. – Т.35. – С.43-53.
- [Петровский, Ройзензон, 2012] Петровский А.Б., Ройзензон Г.В. Многокритериальный выбор с уменьшением размерности пространства признаков: многоэтапная технология ПАКС. // Искусственный интеллект и принятие решений. 2012. – № 4. – С.88-103.
- [Ройзензон, 2005] Ройзензон Г.В. Многокритериальный выбор вычислительных кластеров. // Методы поддержки принятия решений. Труды Института системного анализа Российской академии наук. / Под ред. С.В. Емельянова, А.Б. Петровского. – М.: Едиториал УРСС, 2005. – Т.12. – С.68-94.
- [Фортов и др., 2002] Создание и применение системы высокопроизводительных вычислений на базе высокоскоростных сетевых технологий / В.Е. Фортов, Г.И. Савин, В.К. Левин и др. // Информационные технологии и вычислительные системы. 2002. – № 1. – С.3-9.

Сведения об авторах

Петровский Алексей Борисович – д.т.н., профессор, заведующий лабораторией Института системного анализа РАН, Россия, Москва 117312, пр-т 60-летия Октября, 9, e-mail: pab@isa.ru

Лобанов Василий Николаевич – ведущий инженер ОАО «НИИ вычислительных комплексов им. М.А. Карцева», Россия, Москва 117437, ул. Профсоюзная, 108, e-mail: fisher_1980@mail.ru

Заболеева-Зотова Алла Викторовна – д.т.н., профессор, профессор Волгоградского государственного технического университета, Россия, Волгоград 400005, пр-кт Ленина, 28, e-mail: zabzot@gmail.com

Шитова Татьяна Алексеевна – экономист Института системного анализа РАН, Россия, Москва 117312, пр-т 60-летия Октября, 9, e-mail: tanya-petrovskay@yandex.ru