ИССЛЕДОВАНИЕ МУРАВЬИНЫХ АЛГОРИТМОВ ОПТИМИЗАЦИИ В ЗАДАЧЕ КОММИВОЯЖЕРА

Юрий Зайченко, Николай Мурга

Abstract. *Ant colony optimization (ACO) algorithms are considered and discussed. New ACO algorithm for travelling salesman problem (TSP) is suggested. The experimental investigations of the suggested algorithm for solution of TSP were performed and presented in this paper.*

***Keywords**: Ant colony optimization algorithm, travelling salesman problem, global and local optimization*

Введение

В последние годы для решения комбинаторных задач оптимизации все шире применяются алгоритмы вычислительного интеллекта. Эти алгоритмы обладают рядом несомненных достоинств: достаточны просты в реализации, гибкие в настройке, весьма эффективны и позволяют найти глобальное или близкие к нему решения за полиномиальное время. К числу таких алгоритмов относятся и так называемые муравьиные алгоритмы (Ant colony optimization algorithms), которые моделируют поведение колонии муравьев при решении общей задачи. Целью настоящей работы является исследование эфективности алгоритмов муравьиных колоний в решении важной практической задачи- коммивояжера. В работе описаны общие идеи известных муравьиных алгоритмов и предлагается специальный алгоритм для решения задачи коммивояжера. При водятся результаты его экспериментальных исследований и дается сравнительный анализ эффективности его различных модификаций.

Общая характеристика муравьиных алгоритмов оптимизации

Муравьи появились 100 млн. лет назад и их земная полная популяция насчитывает примерно 10^{16} индивидов. Произведенная оценка общего веса муравьев имеет тот же порядок величин, что и общий вес людей. Большинство муравьев – социальные животные, живущие в колониях общей численностью до 30 млн. особей [Deneubourg,1990]. Комплексное поведение, возникающее в колониях муравьев, всегда интриговало человечество и было выполнено много исследований муравьиных колоний, направленных на лучшее понимали их коллективного поведения. Коллективное поведение, которое исследовалось, включало поиск продовольствия, разделение труда, организацию кладбищ и забота о потомстве, конструкция гнезд.

Метаэвристики оптимизации муравьиной колонии. Одним из первых типов поведений, который был исследован энтомологами, является способность муравьев находит кратчайшие пути между их гнездом и источником пищи. В результате исследований поведения муравьев при поиске пищи были разработаны алгоритмы. Они носят названия *мета-эвристик, оптимизации колонии муравьев* (ACO-MH) [Dorigo,1999].

Цель исследования поведения колоний муравьев при обеспечении продольствием заключалась в выяснении механизма, как муравьи отыскивают кратчайший путь между своим гнездом (муравейником) и источником пищи без каких-либо видимых активных механизмов координации.

Исследование поведения нескольких видов муравьев вскрыли первоначально случайную или хаотическую деятельность муравьев в поисках пищи. Но как только источник пищи обнаружен, образцы поведения становятся более организованными и все больше и больше муравьев следует к пищи тем же самым кратчайшим путем. Вскоре все почти муравьи почти магически следуют по одному и тому же кратчайшему пути. Механизмы регулирования отличаются для разных видов муравьев и могут проходить в форме непосредственно контакта или косвенно. Большинство разновидностей муравьев используют косвенную форму контакта через феромоновые следы. Когда муравей находит источник пищи, он тащит на себе часть пищи в муравейник и откладывает феромоны по следам.

Фуражные муравьи решают, по какому пути следовать на основе концентрации феромонов. *Пути с большей концентрацией феромонов имеют большую вероятность быть выбранными*. По мере того, как все больше муравьев следует по определенному пути, желательность этих путей подкрепляется большим числом феромонов, оставленных муравьями, которые привлекают все больше муравьев двигаться по этому пути. Коллективное поведение, которое здесь возникает, является формой так называемого «автокаталитического» поведения, в котором положительная ОС по пище приводит к тому, что все больше муравьев будут следовать по данному пути.

Поведение муравьев базируется на так называемом механизме «стигмергии».

Вообще говоря, стигмергия – это класс механизмов, которые служат медиаторами взаимодействия животное-животное. Индивиды наблюдают сигналы, которые вызывают специфические реакции или действия. Эти действия могут подкреплять или изменять сигналы, которые влияют на действия других индивидов. Было определено 2 формы стигмергии [Dorigo, 2000]: сематектоническая и на основе сигналов (сигнальная). Сематектоническая стигмергия относится к коммуникациям посредством изменений в физических характеристиках окружения. Примерами деятельности, которая осуществляется посредством сематектонической стигмергии являются: строительство общих жилищ, сортировка потомства. Стигмергия, основанная на сигналах, способствует коммуникациям через сигнальный механизм, который реализуется посредством химических компонент, откладываемых муравьями. Как пример, поведение поиска пищи появляется у муравьев, которые движутся по следам феромонов, отложенных другими муравьями.

Муравьиные алгоритмы – системы из популяций, создание которых основано на результатах наблюдения за колониями муравьев. Кооперация между индивидами в муравьиных алгоритмах достигается путем использования коммуникационных механизмов, которые наблюдаются в колониях живых муравьев.

Алгоритмическое моделирование поведение муравьев таким образом базируется на концепции искусственной стигмергии, которая определялась Дориго и Каро [Dorigo,1999], как «косвенная» коммуникация, медиатором которой выступают многочисленные модификации состояний среды, которые доступны только локально коммуникационным муравьям.

Сущность моделирования поведения муравьев- это найти математическую модель, которая точно описывает стигмергетические характеристики соответствующих особей муравьев. В контексте поведения по заготовке пищи искусственные феромоны играют роль стигмергетических переменных.

Простой алгоритм оптимизации колонии муравьев

Первый муравьиный алгоритм, который был разработан, был моделью муравьиной системы, и с тех пор было разработано несколько его модификаций.

Рассмотрим сначала простой алгоритм оптимизации колонии муравьев SACO (Simple Ant Colony Optimization). SACO является алгоритмической реализацией эксперимента двойного моста Денинборга [Deneubourg,1990], и используется в данном разделе для иллюстрации основных компонентов и поведения ACO-MH [Dorigo, 1997]

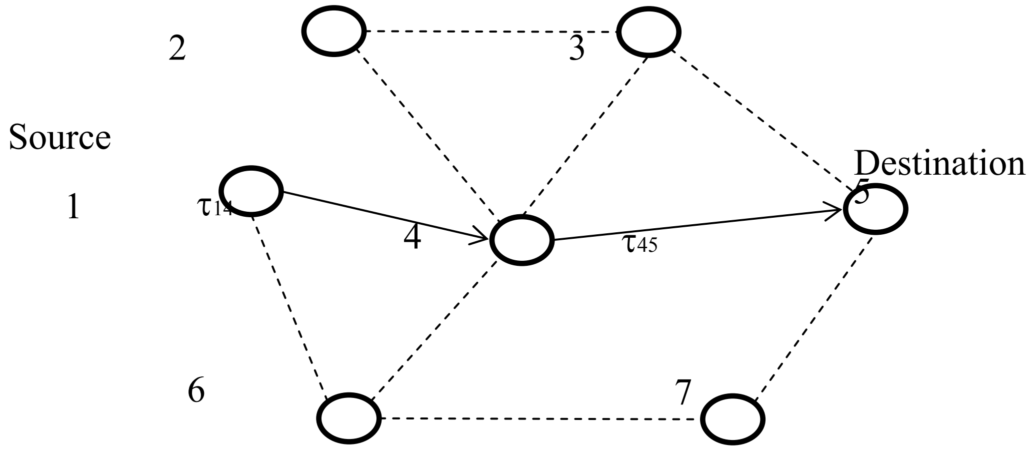

Рис. 1. График проблемы нахождения кратчайшего пути

Рассмотрим общую задачу нахождения кратчайшего пути между двумя узлами в графе $G=(V,E)$, где V - это множество вершин (узлов) и E является матрицей, представляющей соединения между узлами. Граф имеет $n_g = |V|$ узлов. Длина пути L^k, построенного муравьем, рассчитывается как количество переходов на пути от начального узла к узлу назначения. Пример графа и выбранного пути показаны на рисунке 1. Длина указанного маршрута равна 2 (хопа- перехода). Концентрация феромона τ_{ij} связанная с каждым ребром (i,j) графа.

В алгоритме SACO, каждому ребру присваивается небольшая случайная величина, чтобы указать начальную концентрацию феромона $\tau_{ij}(0)$. Строго говоря, ребра не имеют никакой концентрации феромонов на первом шаге. Муравей случайным образом выбирает, по какому ребру следовать дальше.

Для упрощения реализации алгоритма инициализируем концентрацию феромонов в каждом звене небольшой случайной величиной. Количество муравьев, размещеных в исходном узле $k=1,...n_k$. На каждой итерации SACO каждый муравей постепенно строит путь (решение), к узлу назначения. На каждом узле, каждый муравей принимает решение, чтобы определить следующее звено пути. Если муравей k в настоящее время находится в узле i, он выбирает следующий узел $j \in N_i^k$, основываясь на вероятности перехода,

$$p_{ij}^k(t)=\begin{cases}\dfrac{\tau_{ij}^{\alpha}(t)}{\sum\limits_{j\in N_i^k}\tau_{ij}^{\alpha}(t)}, & \text{если } \mathrm{j}\in \mathrm{N}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}}\\ 0, & \text{если } \mathrm{j}\notin \mathrm{N}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}}\end{cases} \tag{1}$$

где $\mathrm{N}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}}$ - множество возможных узлов, связанных с узлом i, относительно к муравью k. Если, для любого узла i и муравья k, $N_i^k = \varnothing$, то предыдущий узел для i включается в $\mathrm{N}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}}$. Заметим, что это может привести к возникновению петель в течение построения пути. Эти петли удаляются, как только узел назначения был достигнут.

В уравнении (1), α - положительная константа, которая используется для усиления влияния концентрации феромона. Большие значения α дают чрезмерное значение влияния феромона, особенно на стадии инициализации начальных случайных концентраций феромонов, которые могут привести к быстрой сходимости к неоптимальным путям.

После того как все муравьи построили полный путь от начального узла к узлу назначения, а все петли были удалены, каждый муравей детерминировано прослеживает путь к исходному узлу, и откладывает количество феромона согласно выражению (2)

$$\Delta\tau_{ij}^{k}(t) \propto \frac{1}{L^{k}(t)} \tag{2}$$

для каждого звена (i, j), соответствующего пути; $L^{k}(t)$ - длина пути, построенного муравьем k в момент времени t. То есть,

$$\tau_{ij}(t+1) = \tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^{n_k} \Delta\tau_{ij}^{k}(t) \tag{3}$$

где n_k -количество муравьев.

Используя уравнение (3), общая интенсивность (т.е. концентрация) феромонов будет пропорциональна желательности путей, которые содержат звено, на основе длины соответствующих путей. Величина феромона $\Delta\tau_{ij}^{k}(t)$ рассчитывается по уравнению (3), и выражает качество соответствующего решения.

Для алгоритма SACO, качество решения (построенный путь) определяется как величина, обратная к длине пути (по числу переходов на пути). Может быть использована также любая другая мера, например, стоимость прохождения пути.

В общем, если $x^{k}(t)$ обозначает решение в момент времени t, то $f(x^{k}(t))$ выражает качество решения. Если $\Delta\tau^{k}$ не пропорционально качеству решения и все муравьи откладывают одинаковое количество феромонов (т.е. $\Delta\tau_{ij}^{1} = \Delta\tau_{ij}^{2} = ... = \Delta\tau_{ij}^{n_k}$), то тогда это только так называемая «дифференциальная длина пути», которая смещает выбор в сторону кратчайшего пути - очень похоже на наблюдения Дениборга и его соавторов [Deneubourg,1990]. Это обсуждение приводит к двум основным формам оценки решений, используемых в муравьиных алгоритмах, а именно:

- *неявные оценки*, где муравьи используют дифференциальную длину пути для эффекта смещения направления поиска других агентов, и
- *явные оценки*, где количество феромонов пропорционально некоторому показателю качества построенного решения.

Если количество хранящихся феромонов обратно пропорционально качеству решения, то чем больше $f(x^{k}(t))$ (то есть, наихудшее построенное решение), тем меньше $1/f(x^{k}(t))$, следовательно, меньше количество феромонов, откладываемого в звене..

Любое условие остановки может быть использовано в алгоритме (и для остальной части муравьиных алгоритмов рассмотренных ниже), например:

прекращаются, когда максимальное число итераций, n_t, была превышено;

прекращаются, когда приемлемое решение было найдено, и $f(x^{k}(t)) \le \varepsilon$;

- прекращается, когда все муравьи (или большинство муравьев) следуют по тому же пути.

Первоначальные эксперименты с алгоритмом муравьиной колонии ACO обнаружили, что муравьи быстро приходят к решению, и мало времени проводят для исследования альтернативных путей. Чтобы заставить муравьев проводить больше исследований и для предотвращения преждевременной сходимости, интенсивности феромона на звеньях разрешается "испаряться" в каждой итерации алгоритма, прежде, чем они увеличиваются на основе вновь построенных путей. Для каждого звена (i, j), пусть испарение феромона происходит согласно

$$\tau_{ij}(t) \leftarrow (1-\rho)\tau_{ij}(t) \qquad (4)$$

где $\rho \in [0;1]$. Константа ρ, определяет скорость, с которой феромоны испаряются, заставляя муравьев "забыть" ранее принятые решения. Иными словами, ρ определяет степень влияния истории поиска. Для больших значений ρ, феромон испаряется быстро, в то время как малые значения ρ приводят к замедлению скорости испарения. Чем больше феромоны испаряются, тем более случайным становится поиск, что способствует улучшению разведки. Для $\rho = 1$, поиск совершенно случайный

Простой алгоритм ACO, рассмотренный выше, показал некоторый успех в поиске кратчайшего пути в графах. Эффективность алгоритма может быть значительно улучшена с помощью простого изменения в алгоритме. Эти изменения включают в себя, помимо эвристической информации для определения вероятности выбора звена, память для предотвращения циклов, а также различные правила обновления количества феромона путем использования локальной и / или глобальной информации об окружающей среде. В следующем разделе представлен более эффективный муравьиный алгоритм, который основан на таких изменениях простого алгоритма ACO.

Муравьиная система

Первый муравьиный алгоритм был разработан Дориго и называется системой муравьев (AS) [Dorigo, 1997]. Алгоритм AS улучшает SACO путем изменения вероятности переходов p_{ij}^k, которая использует эвристическую информацию, путем добавления памяти, за счет включения списка табу. В алгоритме AS, вероятность перехода от узла i узлу j определяется как

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \dfrac{\tau_{ij}^{\alpha}(t)\eta_{ij}^{\beta}(t)}{\sum\limits_{u \in N_i^k} \tau_{iu}^{\alpha}(t)\eta_{iu}^{\beta}(t)}, \text{если } \mathrm{j} \in \mathrm{N_i^k} \\ 0, \ \text{если } \mathrm{j} \notin \mathrm{N_i^k} \end{cases} \qquad (5)$$

где τ_{ij} представляет апостериорную эффективность движения от узла i к узлу j, которая выражается через интенсивности феромона соответствующего звена, (i, j), ; η_{ij} представляет априорную эффективность перехода от i к j (то есть привлекательность, или желательности перехода), которая вычисляется с помощью некоторой эвристики.

Вероятность перехода в уравнении (4) отличается от SACO в уравнении (1)
по двум аспектам:

- Вероятность перехода, которая используется в алгоритме AS, является балансом между интенсивностью феромона (т. е. историей предыдущих успешных ходов), τ_{ij}, и эвристической информацией (которая выражает желательность движения), η_{ij} . Это эффективно уравновешивает компромисс между этапами « поиск-применение». Процесс поиска поощряет действия, которые были найдены в прошлом и доказали свою эффективность, тем самым используя полученные знания о пространстве поиска.

Оптимальный баланс между поиском и использованием достигается за счет надлежащего выбора параметров α и β . Если $\alpha = 0$, информация о феромоне не используется, то есть пренебрегаем предыдущим опытом поиска. Затем поиск распадается на жадный стохастический поиск. Если $\beta = 0$, то привлекательностью (или потенциальной выгодой) ходов пренебрегаем и алгоритм поиска становится похожим на алгоритм SACO и связанные с ним проблемы.

Эвристическая информация добавляет явное смещение в сторону наиболее привлекательных решений, и, следовательно, проблемо-зависимых функций. Например, для задач где расстояние (или стоимость) пути d_{ij} должна быть сведена к минимуму, выбирают

$$\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}};$$

- Набор N_i^k определяет множество допустимых узлов для муравья k , при его расположении на узле i . Множество допустимых узлов может включать в себя только ближайших соседей узла i . Кроме того, для предотвращения петель, N_i^k может включать в себя все узлы, которые муравей k еще не посетил. Для этого, как правило, ведется список табу для каждого муравья. Как только муравей посетил новый узел, этот узел будет добавлен в список табу муравья. Узлы в списка табу удаляются из N_i^k , убедившись, что узел был посещен более чем один раз.

Маниеззо и Корбонаро [Maniezzo, 1999] использовали другую формулу оценки вероятности для определения следующего узла:

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \dfrac{\alpha\tau_{ij}(t) + (1-\alpha)\eta_{ij}}{\sum\limits_{u \in N_i^k(t)} (\alpha\tau_{iu}(t) + (1-\alpha)\eta_{iu}(t))}, & \text{если } \mathrm{j} \in \mathrm{N_i^k} \\ 0, & \text{если } \mathrm{j} \notin \mathrm{N_i^k} \end{cases} \tag{6}$$

Параметр α определяет относительную важность концентрации феромона $\tau_{ij}(t)$ относительно желательности $\eta_{ij}(t)$ звена (i, j) . Вероятность p_{ij}^k выражает компромисс между желательностью использования перехода (для малых α) и интенсивностью феромонов (концентрацией). Эта формула устраняет необходимость параметра β .

Испарение феромона реализовано, как в уравнении (4). После завершения пути каждым муравьем, феромон на каждом звене обновляется как

$$\tau_{ij}(t+1) = \tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t) \tag{7}$$

где $\Delta\tau_{ij}(t) = \sum\limits_{k=1}^{n_k} \Delta\tau_{ij}^k(t)$,

$\Delta\tau^k{}_{ij}(t)$ - количество феромонов, которые хранит муравей k в звене (i, j) в момент времени t .

Были разработаны три варианта алгоритма AS, каждый из которых отличается тем, как рассчитывается $\Delta\tau_{ij}^k(t)$:

- Алгоритм муравьиный цикл AS(если задача минимизации):

$$\Delta\tau_{ij}^{k}(t)=\begin{cases}\dfrac{Q}{f(x^{k}(t))}, & \text{если звено (i, j) встречается в пути } \mathrm{x}^{\mathrm{k}}(\mathrm{t})\\ 0, & \text{иначе}\end{cases} \tag{8}$$

Для реализации муравьиного цикла, вклад феромонов обратно пропорционален качеству $f(x^{k}(t))$ полного пути, построенного муравьем. Поэтому используется глобальная информация для обновления концентрации феромона, Q является положительной константой.

Алгоритм «Муравьиная плотность» AS:

$$\Delta\tau_{ij}^{k}(t)=\begin{cases}Q, & \text{если звено (i, j) встречается в пути } \mathrm{x}^{\mathrm{k}}(\mathrm{t})\\ 0, & \text{иначе}\end{cases} \tag{9}$$

Каждый муравей откладывает одинаковое количество феромонов на каждом звене построенного пути. Такой подход существенно упрощает подсчет количества муравьев, которые следуют к звену (i, j). Чем выше плотность (интенсивность) движения по звену, тем более желательно, чтобы звено оказалось составной частью окончательного решения.

- Алгоритм «Количество муравьев» AS:

$$\Delta\tau_{ij}^{k}(t)=\begin{cases}\dfrac{Q}{d_{ij}}, & \text{если звено (i,j) встречается в пути } \mathrm{x}^{\mathrm{k}}(\mathrm{t})\\ 0, & \text{иначе}\end{cases} \tag{10}$$

В этом случае, для обновления концентрации феромона используется только локальная информация d_{ij}. Звенья с более низкой стоимостью становятся более желательными. Если d_{ij} представляет собой расстояние между узлами, то алгоритм AS «количество муравьев» предпочитает выбор кратчайших связей.

Во время инициализирующего шага, размещение муравьев диктуется задачей, которая решается. Если цель состоит в нахождении кратчайшего пути между исходным узлом и узлом назначения, то все n_k муравья размещены в исходном узле. С другой стороны, если целью является построение кратчайшего Гамильтонова пути (т.е. путь, который соединяет все узлы, только один раз), то n_k муравьев случайным образом распределены по всему графу. Размещая муравьев на случайно выбранных узлах, достигаем улучшения исследовательских свойств алгоритма поиска. Феромоны либо инициализируются константой τ_0, либо небольшими случайными значениями в диапазоне $[0, \tau_0]$.

Применение муравьиного алгоритма к решению задачи коммивояжера

Проблема коммивояжера (Travelling Salesman Problem –TSP) первая задача, к которой был применен алгоритм муравьиной колонии (ACO) [Dorigo, 1997]. Эта задача является комбинаторной NP- трудной и наиболее часто используемой задачей в литературе по тематике ACO.

Постановка задачи.

Задано множество из n_π городов, требуется найти цикл минимальной длины, проходящий через все города по разу. (Гамильтонов цикл). Пусть π представляет решение как перестановку из городов {1,2,.., n_π}, в которой π(i) номер города, посещенного на i-м шаге. Тогда $\Pi(n_\pi)$ – множество всех перестановок из

{1,2,.., n_π} т.е. пространство поиска. Формально, задача TSP определяется как нахождение оптимальной перестановки π^*, такой, что:

$$\pi^* = argmin\, f(\pi)$$
$$\pi \in \Pi(n_\pi),$$

где $f(\pi) = \sum_{i,j=1}^{n_\pi} d_{ij}$,

d_{ij} – расстояние (или стоимость проезда) между городами i и j . Обозначим через $D = \|d_{ij}\|_{i,j=1..n_\pi}$- матрицу расстояний.

Определены две версии задачи коммивояжера в зависимости от матрицы D:

Если $d_{ij} = d_{ji}$, для всех $i,j = 1..n_\pi$ - симметричная задача TSP;

Если $d_{ij} \neq d_{ji}$ - асимметричная задача TSP.

Граф, представляющий задачу, задается тройкой $G = (V, E, D)$ где $V = [v_i]$ - множество узлов (городов) $E = \{(i,j)\}$ - множество связей, (путей) между городами; D – матрица расстояний. Решение представляет собой упорядоченную последовательность $\pi = (i_1, i_2, \ldots, i_{n_\pi})$ - которая указывает порядок посещения городов.

Эвристическая желательность посещения города j после города i вычисляется как

$$n_{ij}(t) = \frac{1}{d_{ij}(t)}$$

Указание шага времени t включено в формулу для решения динамических задач, в которых расстояния могут изменяться с течением времени.

Задача TSP включает 2 ограничения:

Все города должны быть посещены;

Каждый город должен быть посещен однажды.

Чтобы обеспечить ограничение (2) , создается список табу для каждого частичного решения, содержащий все города, которые мы уже посетили. Пусть $Г_к$ обозначает список табу к-го муравья. Тогда $N_i^k(t) = V \backslash \Gamma_K$ – множество городов, еще не посещенных, после достижения города i. и ограничение удовлетворяется введением требования, что каждое решение содержит ровно n городов и соответственно список табу.

Описание муравьиного алгоритма для решения задачи коммивояжера

Рассмотрим предлагаемый муравьиный алгоритм для решения задачи коммивояжера.

Первоначально рассмотрим случай, когда рёбра графа для задачи коммивояжёра неориентированные, то есть стоимости прямых и обратных путей из двух соседних вершин одинаковые.

Предусловия алгоритма

Каждая вершина графа содержит три множества: множество муравьёв для дальнейшего передвижения – FD , множество муравьёв для возвращения в гнездо после успешного обхода всего маршрута без тупиков и петель – BK и множество муравьёв, которым не удалось обойти маршрут без тупиков и петель – BD .

Находясь в конкретной вершине, муравью необходимо принять решение, по какой дуге переходить к следующей вершине. Пусть n – общее количество дуг, исходящих из данной вершины и идущих в вершины, которые ещё не посещал муравей. Тогда для принятия решения муравью предлагается следующий показатель:

$$D_i = c_1 \cdot \left(1 - \frac{L_i}{\sum_{j=1}^{n} L_j}\right) + c_2 \cdot \frac{\tau_i}{\sum_{j=1}^{n} \tau_j} + c_3 \cdot U(0,1) \tag{11}$$

где $i = \overrightarrow{1,...,n}$ – порядковый номер дуги, обладающей обозначенным свойством, L_i – стоимость перехода муравья по данной дуге (либо длина пути), τ_i – концентрация феромона на данной дуге, $U(0,1)$ – генератор случайных чисел, равномерно распределённых на отрезке $[0;1]$.

Величины c_1 , c_2 и c_3 должны зависеть от номера текущей итерации t и в данном алгоритме их предлагается использовать в форме (12), (13) и (14).

$$c_1 = a_1 \frac{M - t}{M} \tag{12}$$

$$c_2 = \frac{t}{M} \tag{13}$$

$$c_3 = a_2 \frac{M - t}{M} \tag{14}$$

В данных формулах использованы следующие обозначения: M – некоторая константа, которая, к тому же, удовлетворяет условию $M > t$. a_1 и a_2 – константы удовлетворяющие условиям $a_1 \geq 0, a_2 \geq 0, a_1 + a_2 = 1$. Не трудно заметить, что $c_1 + c_2 + c_3 = 1$.

Муравей переходит на следующую вершину с самым большим значением показателя D_i .

Последним предусловием алгоритма является помещение муравьёв во все вершины графа путей. Это эквивалентно их помещению во множества FD каждой из вершин графа.

Описание алгоритма

1. Каждый муравей из множества FD в каждой вершине ищет такие рёбра, которые ведут к вершинам, которые он ещё не посещал. Если поиск завершается успешно, то – переход на шаг 3, иначе – на шаг 2.
2. В случае, если уже пройдены все вершины, то муравей перемещается в множество BK данной вершины, иначе – в множество BD .
3. Для дуг, ведущих к вершинам, которые муравей ещё не посещал, рассчитывается показатель D_i из формулы (1). Для дуги с наибольшим значением показателя количество феромона увеличивается на 1 и муравей перемещается в множество FD вершины, на втором конце дуги.

4. Все муравьи из множества BK всех вершин перемещаются в множества BK предыдущих посещённых вершин, при этом увеличивая количество феромона в дугах, по которым они переходят, на 1. Если вершина, в которую должен перейти муравей – его муравейник, то он помещается в её множество FD.
5. Все муравьи из множества BD всех вершин перемещаются в множества BD предыдущих посещённых вершин, при этом уменьшая количество феромона в дугах, по которым они переходят, на 1. Если вершина, в которую должен перейти муравей – его муравейник, то он помещается в её множество FD.
6. Проверка условия превышения допустимого числа итераций. Если число итераций превышено – завершение работы алгоритма, иначе – на шаг 1.

*Примечание 1***.** Как следует из алгоритма, каждый муравей должен запоминать последовательность посещённых им вершин и, при обратном ходе, удалять вершины с конца данной последовательности.

Примечание 2. В случае ориентированных рёбер алгоритм не меняется.

Описание экспериментов.

В процессе экспериментов исследовались три варианта алгоритма:

1) При одинаковом изменении феромона во всех ребрах на 1;
2) При локальном изменении феромона на ребрах обратно пропорционально длине (стоимости) ребра;
3) При глобальном изменении феромона во всех ребрах (обратно пропорционально длине (стоимости) пути.

В экспериментах варьировалось число муравьев , размещаемых в узлах сети: 1-5, 10, 30, 50. Первоначально муравьи размещались во всех узлах сети. В ходе экспериментов генерировались различные топологии сети, а также варьировалось число итераций и фиксировалось число итераций, при которых достигался оптимальный цикл.

Некоторые из результатов экспериментов приводятся ниже, в приведенных результатах в таблицах цифра 0 означает, что не был найден ни один цикл, цифра1- что найден неоптимальный путь, 2- что найден оптимальный путь (цикл) .

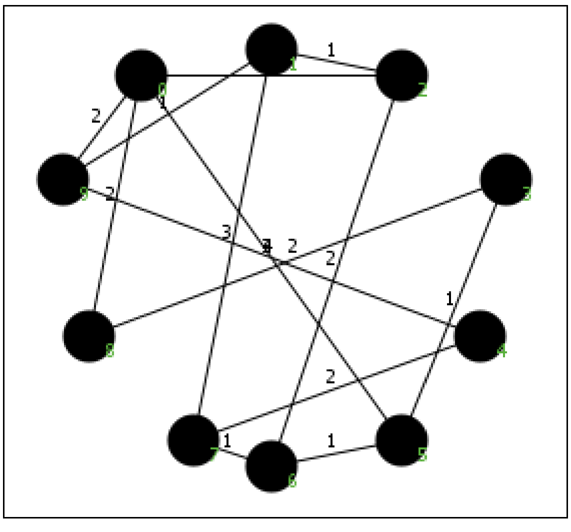

Рис. 1. Топология №7 сети для задачи коммивояжёра

I. Результаты экспериментов с использованием детерминированной стратегии поиска оптимального маршрута

Эксперименты с использованием тактики поиска оптимального пути с константным приростом феромона

Таблица 1. Подход к поиску оптимального пути с ориентированием на наибольшую концентрацию феромона

		Число муравьёв в узлах перед запуском алгоритма							
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**10**	**30**	**50**
Номер итерации	**5**	0	2	2	2	2	2	2	2
	50	0	2	2	2	2	2	2	2
	100	2	2	2	2	2	2	2	2
	250	2	2	2	2	2	2	2	2
	500	2	2	2	2	2	2	2	2
	1000	2	2	2	2	2	2	2	2
	1500	2	2	2	2	2	2	2	2

Таблица 2. Подход к поиску оптимального пути с сохранением лучшего найденного пути

		Число муравьёв в узлах перед запуском алгоритма							
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**10**	**30**	**50**
Номер итерации	**5**	2	2	2	2	2	2	2	2
	50	2	2	2	2	2	2	2	2
	100	2	2	2	2	2	2	2	2
	250	2	2	2	2	2	2	2	2
	500	2	2	2	2	2	2	2	2
	1000	2	2	2	2	2	2	2	2
	1500	2	2	2	2	2	2	2	2

Эксперименты с использованием тактики поиска оптимального пути с приростом феромона на дугах, пропорциональным длине дуг

Таблица 3. Подход к поиску оптимального пути с ориентированием на наибольшую концентрацию феромона

		Число муравьёв в узлах перед запуском алгоритма							
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**10**	**30**	**50**
Номер итерации	**5**	2	2	2	2	2	2	2	2
	50	2	2	2	2	2	2	2	2
	100	2	2	2	2	2	2	2	2
	250	2	2	2	2	2	2	2	2
	500	2	2	2	2	2	2	2	2
	1000	2	2	2	2	2	2	2	2
	1500	2	2	2	2	2	2	2	2

Таблица 4. Подход к поиску оптимального пути с сохранением лучшего найденного пути

		Число муравьёв в узлах перед запуском алгоритма							
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**10**	**30**	**50**
Номер итерации	**5**	2	2	2	2	2	2	2	2
	50	2	2	2	2	2	2	2	2
	100	2	2	2	2	2	2	2	2
	250	2	2	2	2	2	2	2	2
	500	2	2	2	2	2	2	2	2
	1000	2	2	2	2	2	2	2	2
	1500	2	2	2	2	2	2	2	2

Эксперименты с использованием тактики поиска оптимального пути с приростом феромона на дугах, пропорциональным длине найденного замкнутого маршрута, состоящего из данных дуг

Таблица 5. Подход к поиску оптимального пути с ориентированием на наибольшую концентрацию феромона

		Число муравьёв в узлах перед запуском алгоритма							
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**10**	**30**	**50**
Номер итерации	**5**	0	0	0	0	2	2	2	2
	50	0	0	2	2	2	2	2	2
	100	0	2	2	2	2	2	2	2
	250	0	2	2	2	2	2	2	2
	500	0	2	2	2	2	2	2	2
	1000	0	2	2	2	2	2	2	2
	1500	0	2	2	2	2	2	2	2

Таблица 6. Подход к поиску оптимального пути с сохранением лучшего найденного пути

		Число муравьёв в узлах перед запуском алгоритма							
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**10**	**30**	**50**
Номер итерации	**5**	2	2	2	2	2	2	2	2
	50	2	2	2	2	2	2	2	2
	100	2	2	2	2	2	2	2	2
	250	2	2	2	2	2	2	2	2
	500	2	2	2	2	2	2	2	2
	1000	2	2	2	2	2	2	2	2
	1500	2	2	2	2	2	2	2	2

Результаты экспериментов с использованием вероятностной стратегии поиска оптимального маршрута

Эксперименты с использованием тактики поиска оптимального пути с приростом феромона на дугах, пропорциональным длине дуг

Таблица 7. Подход к поиску оптимального пути с ориентированием на наибольшую концентрацию феромона

		Число муравьёв в узлах перед запуском алгоритма							
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**10**	**30**	**50**
Номер итерации	**5**	0	2	0	0	2	0	1	0
	50	2	2	1	2	2	2	2	2
	100	1	2	1	2	2	2	2	2
	250	1	2	1	2	2	2	2	2
	500	1	2	1	2	2	2	2	2
	1000	1	2	1	2	2	2	2	2
	1500	1	2	1	2	2	2	2	2

Таблица 8. Подход к поиску оптимального пути с сохранением лучшего найденного пути

		Число муравьёв в узлах перед запуском алгоритма							
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**10**	**30**	**50**
Номер итерации	**5**	0	2	1	2	2	1	2	2
	50	2	2	2	2	2	2	2	2
	100	2	2	2	2	2	2	2	2
	250	2	2	2	2	2	2	2	2
	500	2	2	2	2	2	2	2	2
	1000	2	2	2	2	2	2	2	2
	1500	2	2	2	2	2	2	2	2

Эксперименты с использованием тактики поиска оптимального пути с приростом феромона на дугах, пропорциональным длине найденного замкнутого маршрута, состоящего из данных дуг

Таблица 9. Подход к поиску оптимального пути с ориентированием на наибольшую концентрацию феромона

		Число муравьёв в узлах перед запуском алгоритма							
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**10**	**30**	**50**
Номер итерации	**5**	0	0	0	0	0	0	0	1
	50	0	0	2	2	2	1	2	2
	100	0	0	2	2	2	1	2	2
	250	0	2	2	2	2	1	2	2
	500	0	2	2	2	2	1	2	2
	1000	0	2	2	2	2	1	2	2
	1500	0	2	2	2	2	1	2	2

Таблица 10. Подход к поиску оптимального пути с сохранением лучшего найденного пути

		Число муравьёв в узлах перед запуском алгоритма							
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**10**	**30**	**50**
Номер итерации	**5**	0	0	2	2	2	2	2	2
	50	2	2	2	2	2	2	2	2
	100	2	2	2	2	2	2	2	2
	250	2	2	2	2	2	2	2	2
	500	2	2	2	2	2	2	2	2
	1000	2	2	2	2	2	2	2	2
	1500	2	2	2	2	2	2	2	2

Анализ полученных результатов

На топологии, изображённой на Рис. 1, проводились экспериментальные исследования по применению разновидностей муравьиного алгоритма для решения задачи коммивояжёра. Для восстановления оптимального пути после использования алгоритмов использовалось два подхода: подход, сохраняющий лучший путь, полученный в течении работы алгоритма в памяти (при нахождении более короткого замкнутого маршрута, он помещался в память вместо предыдущего лучшего пути) и подход, основывающийся на запуске муравья из любого узла, который ориентируется только на наличие феромона в рёбрах (выбранные муравьём рёбра окрашиваются). Кроме того, в алгоритме исследовалось две стратегии выбора дуги для перехода муравья из текущей вершины графа: детерминированная (основывается на значении показателя принятия решения про переход) и случайная (в которой наличие феромона в смежных с исходной вершиной рёбрах задают вероятности перехода по ним, и дуга для перехода выбирается на основании этих вероятностей). Исследованию также подвергались и три тактики приращения феромона в рёбрах для детерминированной стратегии (константный прирост, прирост обратно пропорциональный длине дуги и прирост обратно пропорциональный длине замкнутого маршрута, который проходит через все вершины и который был пройден муравьём) и две для вероятностной стратегии (без константного прироста).

Из результатов экспериментов можно сделать *следующие выводы*:

Подход, основанный на сохранение лучшего пути в ходе работы алгоритма, оказался более эффективным.

Для детерминированной и вероятностной стратегий все тактики поиска, использующие подход, основанный на сохранении лучшего пути в ходе работы алгоритма, показали одинаковую высокую эффективность. Для подхода к восстановлению пути на основании прогона муравья, наиболее эффективной оказалась локальная тактика поиска для обеих стратегий.

Использование детерминированной стратегии поиска позволило найти оптимальный путь значительно быстрее по сравнению с вероятностной стратегией.

В целом, более эффективной оказалась детерминированная стратегия поиска. Это объясняется, на наш взгляд особенностями исследованных топологий: слабосвязанные и небольшой размерности. При переходе к большим размерностям сетей и большей степени связанности есть основания ожидать, что вероятностная стратегия окажется более предпочтительной.

Использование подхода к нахождению оптимального пути с его сохранением в процессе работы алгоритма позволяет его найти за незначительное число итераций и имея небольшое количество муравьёв в вершинах (менее 5 итераций и менее 5 муравьёв в каждой вершине).

Заключение

В работе рассматриваются муравьиные алгоритмы оптимизации и дается их анализ. Описан предлагаемый муравьиный алгоритм оптимизации для задачи коммивояжера. Проведены его экспериментальные исследования, в ходе которых изменялась стратегия откладывания феромона: были рассмотрены и исследованы 3 стратегии: глобальная стратегия, локальная стратегия и постоянная величина ферромона., а также изменялось число муравьев в узлах сети. Кроме того, применялись два типа стратегий выбора перехода: детерминированная и вероятностная. В результате проведенных экспериментов были получены следующие выводы.

1. Увеличение числа муравьев в узлах сети от одного до 2, 3 -5, позволяет улучшить характеристики алгоритма и достичь минимума при меньшем числе итераций. При дальнейшем увеличении числа муравьев до 10, 30, 50 не дает эффекта.

Подход, основанный на сохранение лучшего пути в ходе работы алгоритма, оказался более эффективным.

Тактика прироста феромона обратно пропорционально длине дуг (локальная тактика) оказалась более эффективной в сравнении с глобальной тактикой и константным приростом феромона..

2. Использование детерминированной стратегии поиска позволило найти оптимальный путь значительно быстрее по сравнению с вероятностной стратегией. Это объясняется, на наш взгляд особенностями исследованных топологий: слабосвязанные и небольшой размерности.

Bibliography

[Deneubourg,1990] J-L. Deneubourg, S. Aron, S. Goss, and J-M. Pasteels. The Self-Organizing Exploratory Pattern of the Argentine Ant. Journal of Insect Behavior, 3:159–168, 1990

[Dorigo, 1997] M. Dorigo and L.M. Gambardella. Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1(1):53–66, 1997.

[Dorigo, 1999] M. Dorigo and G. Di Caro. Ant Colony Optimization: A New Meta-Heuristic. In Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation, volume 2, page 1477, July 1999.

[Dorigo, 2000] M. Dorigo, E. Bonabeau, and G. Theraulaz. Ant Algorithms and Stigmergy. Future Generation Computer Systems, 16(9):851–871, 2000.

[Maniezzo, 1999] V. Maniezzo and A Carbonaro. Ant Colony Optimization: An Overview. In C. Ribeiro, editor, Essays and Surveys in Metaheuristics, pages 21–44. Kluwer, 1999.

Acknowledgement

"The paper is published with financial support by the project ITHEA XXI of the Institute of Information Theories and Applications FOI ITHEA (www.ithea.org) and the Association of Developers and Users of Intelligent Systems ADUIS Ukraine (www.aduis.com.ua)."

Authors' Information

***Юрий Зайченко**– доктор технических наук, профессор. Институт прикладного системного анализа НТУУ «КПИ»,03056, Киев-56, Украина phone: 38044 -4068393, e-mail:, baskervil@voliacable.com*