СРАВНЕНИЕ ИНТЕРВАЛЬНЫХ АЛЬТЕРНАТИВ “В ЦЕЛОМ”

Михаил Стернин, Геннадий Шепелев

Аннотация: *В работе рассмотрены следующие вопросы. Можно ли считать, что, выбирая наилучшую интервальную альтернативу путем их попарного сравнения, мы тем самым выбираем альтернативу, которая предпочтительнее сразу всех прочих в их предъявленной совокупности (предпочтительнее „в целом”)? Зависит ли ответ на этот вопрос от числа сравниваемых альтернатив? Показано, что сравнение интервальных альтернатив „в целом” приводит к снижению величины шансов предпочтительности каждой альтернативы относительно ее шансов при попарном сравнении. Это, в свою очередь, приводит к количественному росту величины риска выбора в качестве предпочтительной той альтернативы, которая в действительности не окажется таковой впоследствии, когда неопределенность будет снята. Природа этого эффекта заключается в том, что при наличии пересечения уже двух сравниваемых интервальных альтернатив имеется ненулевой риск принятия неверного решения. Этот риск усиливается с ростом количества сравниваемых альтернатив, особенно если шансы предпочтительности некоторых из них не слишком отличаются друг от друга. Вносит ли сравнение „в целом” другие поправки в результаты попарного сравнения альтернатив? В особенности важен вопрос о том, зависит ли определяемый величинами шансов порядок расположения альтернатив по предпочтительности в их совокупности от упомянутых подходов к сравнению. Ответ на это вопрос отрицателен: порядок, установленный при попарном сравнении, совпадает с порядком сравнения „в целом”. Однако, лицу, принимающему решение, или эксперту полезно иметь представление об истинной величине риска, связанного с делаемым им выбором. Указанный риск, в действительности, больше риска, оцениваемого по результатам попарного сравнения, поскольку определяется не только конфигурациями сравниваемых альтернатив в их парах, но и конкретной совокупностью сравниваемых альтернатив, то есть зависит от контекста. Наличие большого числа альтернатив, ориентированных на достижение одной и той же цели, характерно для верхних иерархических уровней принятия решений. Возможно, именно поэтому для верхних уровней управления более вероятен риск принятия не вполне верного решения. Если по содержательным соображениям необходимо выбрать для поддержки несколько альтернатив, делегирование полномочий на нижние уровни с передачей прав оценки соответствующих альтернатив представляется в рамках рассмотренного здесь подхода к* *сравнению вполне обоснованным, поскольку снижает риски принимаемых решений на каждом из уровней управления.*

Ключевые слова: *коллективный эффект при сравнении интервальных альтернатив, зависимость риска принятия неверного решения о предпочтительности от контекста, учет результатов сравнения „в целом" при принятии решения о предпочтительности.*

ACM Classification Keywords: *H.1.2 Human information processing; G3 Distribution functions; I.2.3 Uncertainty, "fuzzy", and probabilistic reasoning.*

Введение

Многие практические задачи решаются в условиях неопределенности. В первую очередь это задачи, в которых необходимо предсказать будущие значения анализируемых показателей, то есть задачи прогнозирования. Во многих случаях указанные показатели измеряются в количественных шкалах и из-за неопределенности получают интервальные оценки, достаточно часто задаваемые экспертами. В задачах выбора в условиях неопределенности показатели качества альтернатив, как правило рассчитываемые как результирующие индикаторы моделей, отправляющихся от интервальных исходных параметров, также имеют интервальное представление.

Для того чтобы интервальные оценки можно было использовать при принятии решений, необходимо уметь сравнивать альтернативы с одноименными интервальными показателями качества. Следует при этом иметь в виду, что задачи сравнения интервальных альтернатив по предпочтительности являются задачами принятия решений. Это означает, что они не могут быть исчерпывающе решены чисто математическими методами, поскольку в процессе решения приходиться привлекать предпочтения лиц, принимающих решения (ЛПР), или экспертов. Действительно, для конфигураций общего положения, когда сравниваемые интервальные оценки имеют ненулевое пересечение (общую часть), в принципе нельзя с определенностью сделать вывод о предпочтительности какой-либо интервальной альтернативы в их совокупности, - любая из них может оказаться таковой в будущем, в момент „снятия" неопределенности, когда интервальная оценка замещается точным (точечным) значением показателя качества. Поэтому на момент сравнения можно судить лишь о шансах того, что одна альтернатива окажется предпочтительнее других. При этом всегда существует риск, что в действительности в будущем именно какая-либо другая альтернатива окажется лучше.

Для квантификации шансов предпочтительности сравниваемых интервальных альтернатив или подмножеств содержащихся в них значений выбран аппарат функций распределения, аналогичный используемому в теории вероятностей (не обязательно в рамках частотной концепции, что характерно для задач экспертного анализа). Этот аппарат в наибольшей степени знаком, по нашему мнению, экспертам, что существенно, поскольку экспертный анализ практических задач наиболее продуктивен, если он ведется на привычном для специалистов предметной области языке, с использованием понятной ему терминологии [Петровский, 1996].

Некоторые исследователи полагают, что „поскольку речь идет о четких интервалах, никакое другое распределение, кроме равномерного, не будет иметь смысла” [Дилигенский, 2004]. Мы не разделяем этой точки зрения, считая, что эксперт должен иметь более широкие возможности для выражения своих знаний об анализируемых альтернативах. Даже ограничивая себя равномерным распределением, эксперт может перейти к классу обобщенных интервальных оценок [Стернин, 2005] и выразить свои знания с помощью обобщенного равномерного распределения вероятностей [Стернин, 2007; 2010], представляющего собой вероятностную смесь равномерных распределений. Существенно также, что при ограничении спектра возможных распределений обычным равномерным распределением фактически закрываются возможности использования интервального анализа при исследовании математических моделей различной природы. Действительно, показатели качества часто возникают в таких моделях как результат расчета по модели. Если исходные данные моделей представлены их интервальными оценками, то и результирующий показатель также интервален. В работе [Стернин, 2011] показано, что распределение разности (суммы) двух равномерных распределений является трапецеидальным (а никак не равномерным) распределением. Таким образом, уже применение к исходным интервалам с равномерными распределениями на них простейшей арифметической операции не позволило бы признать результата такой операции „истинным” интервалом, если принять требование обязательности равенства шансов всех величин в нем на реализацию (принцип Гиббса - Джейнса), что не вполне продуктивно.

Ранее [Shepelev, 2014; Стернин, 2014a, 2014b] мы ввели критерий сравнения интервальных альтернатив K_{as} с произвольными распределениями шансов на них, названный „коэффициентом уверенности”. Он показывает, насколько шансы истинности гипотезы о предпочтительности одной из альтернатив в их совокупности превосходят шансы истинности противоположной гипотезы. Предложены численный (для произвольных распределений шансов) и аналитический (для равномерных и треугольных распределений) методы расчета коэффициента уверенности, а также процедура принятия решений на основе вычисленных значений этого критерия для конкретных конфигураций сравниваемых альтернатив в их паре.

Однако при этом остаются нерешенными следующие вопросы. Можно ли считать, что, выбирая наилучшую альтернативу путем расчета коэффициента уверенности для всех пар альтернатив, мы тем самым выбираем альтернативу, которая предпочтительнее сразу всех прочих в их предъявленной совокупности? Зависит ли ответ на этот вопрос от числа сравниваемых альтернатив? Ранее эта тема затронута в работе [Дилигенский, 2004], здесь мы рассмотрим ее более подробно.

Сравнение интервальных альтернатив „в целом”

Пусть имеются K альтернатив I_i, i = 1, 2,…, K с одноименными интервальными показателями качества, и $C(I_i \succ (I_1, I_2,.., I_{i-1}, I_{i+1},…, I_Q))$, $Q \le K$, шансы того, что альтернатива I_i предпочтительнее одновременно всех альтернатив (I_1, I_2,..., I_{i-1}, I_{i+1},…, I_Q) из исходно заданного их множества. Ясно, что

$$0 \le C(I_i \succ (I_1, I_2,…, I_{i-1}, I_{i+1},…, I_Q)) \le 1.$$

Можно видеть, что $C(I_i \succ (I_1, I_2,.., I_{i-1}, I_{i+1},.., I_Q))$ - монотонно невозрастающая функция Q, то есть шансы того, что некоторая альтернатива из совокупности сравниваемых окажется предпочтительней всех остальных, не возрастают с увеличением их числа. Действительно, для двух альтернатив имеем:

$C(I_1 \succ I_2) + C(I_2 \succ I_1) = 1$. Для шансов предпочтительности одной из трех альтернатив по сравнению с двумя прочими:

$$C(I_1 \succ (I_2, I_3)) + C((I_2, I_3) \succ I_1) = C(I_1 \succ (I_2, I_3)) + C(I_2 \succ (I_1, I_3)) + C(I_3 \succ (I_1, I_2)) = 1.$$

И для K альтернатив

$$C(I_1 \succ (I_2, I_3,…, I_K))+C((I_2, I_3,…, I_K) \succ I_1) =1,$$

$$C((I_2, I_3,…, I_K) \succ I_1) = C(I_2 \succ (I_1, I_3,…, I_K)) + C(I_3 \succ (I_1, I_2,…, I_K)) +...+ C(I_K \succ (I_1, I_2,…, I_{K-1})).$$

Так как с ростом количества сравниваемых альтернатив число неотрицательных слагаемых в равной единице сумме соответствующих шансов увеличивается, то

$$C(I_i \succ (I_1, I_2,…, I_{i-1}, I_{i+1},…, I_Q)) \le C(I_i \succ (I_1, I_2,…, I_{i-1}, I_{i+1},…, I_{Q-1})). \quad (1)$$

Это соотношение имеет место для фигурирующих в правой части (1) шансов всех возможных изъятий одной интервальной оценки из совокупности (I_1, I_2,…, I_{i-1}, I_{i+1},…, I_Q). Поэтому шансы $C(I_i \succ (I_1, I_2,…, I_{i-1}, I_{i+1},…, I_Q))$ не более, чем минимальные шансы, возникающие в правой части (1).

Шансы предпочтительности какой-либо альтернативы для произвольных распределений на сравниваемых интервалах могут быть рассчитаны методом статистических испытаний. Пусть, для определенности, рассматриваются ситуации сравнения, в которых большее значение показателя качества отвечает более предпочтительному состоянию, и проверяется гипотеза о том, что первый интервал из их совокупности, насчитывающей Q представителей, предпочтительней прочих. Пусть i_{lr} точечная реализация интервала I_l в r-м испытании Монте-

Карло (l = 1, 2,.., Q; r = 1,2,…, S). Если сделано S независимых испытаний для каждого из сравниваемых интервалов и S_f – число испытаний, для которых $i_{1r} > \mathrm{MAX}(i_{2r},\ldots, i_{Qr})$, то S_f/S служит оценкой для $C(I_1 \succ (I_2,\ldots, I_Q))$. Этот численный метод применим для любых распределений на сравниваемых интервалах, когда аналитические методы не могут быть использованы, а также в случае простых распределений, но при большом количестве сравниваемых альтернатив, когда получаемые, в принципе, аналитические формулы становятся труднообозримыми.

Из числа часто применяемых на практике простых распределений надо отметить равномерное, треугольное и трапецеидальное распределения. Случайные числа N_x для этих распределений с плотностью $f_x(z)$, используемые в методе статистических испытаний, могут быть получены методом обратной функции из стандартных случайных чисел N_u для равномерного распределения, заданного на интервале [0, 1]. В соответствии с этим методом $N_u = \int_L^{N_x} f_x(z)dz$.

Для перечисленных простых распределений этот интеграл можно взять.

Для равномерного распределения на интервале [L, R] имеем:

$$f_E(z) = 1/(R - L),\ N_E = (1 - N_u)L + N_uR.$$

Для треугольного распределения

$$f_t(z) = \frac{2}{R-L}\begin{cases} \dfrac{z-L}{M-L},\ L \le z \le M, \\ \dfrac{R-z}{R-M},\ M < z \le R \end{cases}$$

где M – мода распределения, и

$$N_t = \begin{cases} L + [N_u(R-L)(M-L)]^{1/2},\ N_u \le (M-L)/(R-L), \\ R - [(1-N_u)(R-M)(R-L)]^{1/2},\ N_u > (M-L)/(R-L). \end{cases}$$

Для трапецеидального распределения

$$f_T(z) = \frac{2}{S}\begin{cases} \dfrac{z-L}{M_1-L},\ L \le z \le M_1, \\ 1,\qquad M_1 < z < M_2, \\ \dfrac{R-z}{R-M_2},\ M_2 \le z \le R \end{cases}$$

где $S = R + M_2 - M_1 - L$ и M_1 и M_2 левая и правая вершины распределения соответственно. Тогда

$$N_T = \begin{cases} L + [N_u S(M_1 - L)]^{1/2}, \ N_u \le (M_1 - L)/S, \\ (N_u S + M_1 + L)/2, \ (M_1 - L)/S < N_u < (2M_2 - M_1 - L)/S, \\ R - [(1 - N_u)(R - M_2)S]^{1/2}, \ N_u > (2M_2 - M_1 - L)/S. \end{cases}$$

Рассмотрим теперь некоторые примеры, иллюстрирующие сформулированные выше утверждения. Будем считать далее для простоты, что распределения на интервалах равномерные. Пусть рассматриваются несколько совпадающих интервальных альтернатив. В случае двух альтернатив имеют место равенства $C(I_1 \succ I_2) + C(I_2 \succ I_1) = 1$, $C(I_1 \succ I_2) = C(I_2 \succ I_1)$, поэтому $C(I_1 \succ I_2) = 0.5$, и альтернативы эквиваленты по предпочтению. При росте количества сравниваемых альтернатив этого типа, когда их число достигает K экземпляров, $C(I_1 \succ (I_2, I_3, \ldots, I_K)) = 1/K$, а шансы истинности противоположной гипотезы $(I_2, I_3, \ldots, I_K) \succ I_1$, то есть риск, связанный с принятием первоначальной гипотезы, составляет $1 — 1/K$.

Кроме конфигурации совпадающих оценок для двух сравниваемых альтернатив имеются, с точностью до перестановки альтернатив в их паре, еще две нетривиальные (с ненулевым пересечением) конфигурации. Это конфигурация правого сдвига, когда $L_2 < L_1 < R_2 < R_1$, и конфигурация вложенных интервалов, когда

$$L_1 < L_2 < R_2 < R_1.$$

В случае конфигурации правого сдвига из полной системы событий проще выделить события, благоприятствующие истинности гипотезы $I_2 \succ I_1$. Это события, при которых точечные реализации лежат в области $(i_1 \in [L_1, R_2]) \cap (i_2 \in [L_1, R_2])$, $i_1 \in I_1$, $i_2 \in I_2$. Однако часть этих событий одновременно благоприятствуют и истинности гипотезы $I_1 \succ I_2$. В случае равномерных распределений на сравниваемых интервалах ровно половина событий благоприятствует каждой из этих гипотез. Тогда, при равномерных распределениях на сравниваемых интервалах,

$$C(I_2 \succ I_1) = (R_2 - L_1)^2/(2\Delta I_1 \Delta I_2), \ \Delta I_i = R_i - L_i,$$

а

$$C(I_1 \succ I_2) = 1 - \frac{(R_2 - L_1)^2}{2\Delta I_1 \Delta I_2}.$$

В случае вложенных интервалов события, благоприятствующие истинности гипотезы $I_1 \succ I_2$, таковы: $\{(i_1 \in [R_2, R_1]) \cap (i_2 \in [L_2, R_2])\} \cup \{(i_1 \in [L_2, R_2]) \cap (i_2 \in [L_2, R_2])\}$. Отсюда следует, что для равномерных распределений

$$C(I_1 \succ I_2) = \frac{R_1 - L_2}{\Delta I_1} - \frac{\Delta I_2}{2\Delta I_1}, \ L_1 < L_2 < R_2 < R_1.$$

Далее, в разделе „Заключение”, понадобится формула для той же конфигурации при $L_2 < L_1 < R_1 < R_2$:

$$C(I_1 \succ I_2) = \frac{L_1 - L_2}{\Delta I_2} + \frac{\Delta I_1}{2\Delta I_2} .$$

В случае трех сравниваемых интервалов множество возможных конфигураций существенно богаче. Мы рассмотрим лишь одну из них, для которой $L_2 < L_1 < L_3 < R_2 < R_3 < R_1$. Подмножество полной системы событий, благоприятствующее истинности гипотезы $I_1 \succ (I_2, I_3)$, таково: $\{(i_1 \in [R_3, R_1]) \cap (i_2 \in [L_2, R_2]) \cap (i_3 \in [L_3, R_3])\} \cup \{(i_1 \in [R_2, R_3]) \cap (i_2 \in [L_2, R_2]) \cap (i_3 \in [R_2, R_3])\} \cup \{(i_1 \in [R_2, R_3]) \cap (i_2 \in [L_2, R_2]) \cap (i_3 \in [L_3, R_2])\} \cup \{(i_1 \in [L_3, R_2]) \cap (i_2 \in [L_3, R_2]) \cap (i_3 \in [L_3, R_2])\} \cup \{(i_1 \in [L_3, R_2]) \cap (i_2 \in [L_2, L_3]) \cap (i_3 \in [L_3, R_2])\}$. При переходе к соответствующим шансам надо иметь в виду, что, для равномерных распределений, при пересечении двух подынтервалов в выражении для шансов появляется коэффициент ½, а при пересечении трех подынтервалов коэффициент 1/3. После некоторых преобразований получаем:

$$C(I_1 \succ (I_2, I_3)) = \frac{R_1 - R_3}{\Delta I_1} + \frac{R_3 - R_2}{\Delta I_1 \Delta I_3}\left(\frac{R_3 - R_2}{2} + R_2 - L_3\right) + \frac{(R_2 - L_3)^2}{\Delta I_1 \Delta I_2 \Delta I_3}\left(\frac{L_3 - L_2}{2} + \frac{R_2 - L_3}{3}\right).$$

Действуя аналогичным образом, имеем:

$$C(I_2 \succ (I_1, I_3)) = \frac{(R_2 - L_3)^2}{\Delta I_1 \Delta I_2 \Delta I_3}\left(\frac{R_2 - L_3}{3} + \frac{L_3 - L_1}{2}\right) .$$

и

$$C(I_3 \succ (I_1, I_2)) = 1 - C(I_1 \succ (I_2, I_3)) - C(I_2 \succ (I_1, I_3)).$$

Поскольку вышеуказанные выражения зависят только от разностей границ интервалов, то, в случае равномерных распределений, соотношения для шансов предпочтительности не меняются при изменении границ на одно и то же число (инвариантность относительно сдвига).

Рассмотрим числовой пример для этой конфигурации, ее параметры и результаты расчетов по вышеприведенным аналитическим формулам представлены в Таблице 1.

Из данных таблицы следует, что

$$C(I_1 \succ (I_2, I_3)) + C(I_2 \succ (I_1, I_3)) + C(I_3 \succ (I_1, I_2)) = 1,$$

шансы предпочтительности одной из интервальных альтернатив перед двумя остальными меньше минимальных шансов ее предпочтительности при попарном сравнении (например, 0.602 < MIN(0.833, 0.625)). При увеличении правой (левой) границы второго интервала шансы его предпочтительности возрастают, а шансы остальных двух альтернатив снижаются.

Таблица 1. Шансы предпочтительности для трех сравниваемых интервалов

L_1	10	10	10
R_1	18	18	18
L_2	8	8	9
R_2	14	15	14
L_3	11	11	11
R_3	15	15	15
$C(I_1 \succ (I_2, I_3))$	0.602	0.577	0.597
$C(I_1 \succ I_2)$	0.833	0.777	0.800
$C(I_1 \succ I_3)$	0.625	0.625	0.625
$C(I_2 \succ (I_1, I_3))$	0.070	0.131	0.084
$C(I_2 \succ I_1)$	0.167	0.223	0.200
$C(I_2 \succ I_3)$	0.188	0.286	0.225
$C(I_3 \succ (I_1, I_2))$	0.328	0.292	0.319
$C(I_3 \succ I_1)$	0.375	0.375	0.375
$C(I_3 \succ I_2)$	0.813	0.714	0.775

Ранее мы видели, что в случае близости границ интервальных альтернатив при значительном их количестве шансы предпочтительности становятся малыми. Шансы весьма чувствительны также к изменениям границ худшей альтернативы. Например, если мы имеем три альтернативы I_1 = [10, 18], I_2 = [9, 16], I_3 = [11, 17], то $C(I_1 \succ (I_2, I_3))$ = 0.438, $C(I_2 \succ (I_1, I_3))$ = 0.161, $C(I_3 \succ (I_1, I_2))$ =

0.401. При этом $C(I_1 \succ I_2) = 0.679$, $C(I_1 \succ I_3) = 0.490$, $C(I_3 \succ I_2) = 0.702$. Малый прирост правой границы второй альтернативы существенно меняет величины шансов предпочтительности: если первая и третья альтернативы неизменны, а $I_2 = [9, 16.5]$, то $C(I_1 \succ (I_2, I_3)) = 0.423$, $C(I_2 \succ (I_1, I_3)) = 0.196$, $C(I_3 \succ (I_1, I_2)) = 0.381$. При этом $C(I_1 \succ I_2) = 0.648$, $C(I_1 \succ I_3) = 0.490$, $C(I_3 \succ I_2) = 0.664$. Видно, что изменение параметров хотя бы одной альтернативы меняет величины всех шансов при коллективной оценке, в отличие от попарного сравнения.

Что произойдет с оценками предпочтительности при добавлении в совокупность трех оценок четвертой? Пусть, для определенности, $I_1 = [10, 18]$, $I_2 = [8, 14]$, $I_3 = [11, 15]$, $I_4 = [10.5, 16]$. Расчеты, проведенные методом статистических испытаний по четырем оценкам и по вышеприведенным соотношениям для трех и двух интервалов, дают следующие результаты: $C(I_1 \succ (I_2, I_3, I_4)) = 0.498$; $C(I_2 \succ (I_1, I_3, I_4)) = 0.034$; $C(I_3 \succ (I_1, I_2, I_4)) = 0.187$; $C(I_4 \succ (I_1, I_2, I_3)) = 0.281$; $C(I_1 \succ (I_2, I_3)) = 0.602$; $C(I_1 \succ (I_2, I_4)) = 0.567$; $C(I_1 \succ (I_3, I_4)) = 0.507$; $C(I_1 \succ I_2) = 0.833$; $C(I_1 \succ I_3) = 0.625$; $C(I_1 \succ I_4) = 0.594$. (При сопоставлении оценок шансов предпочтительности для коллективного и попарного сравнения мы ограничились результатами для гипотезы о предпочтительности первой альтернативы). Вновь

$$C(I_1 \succ (I_2, I_3, I_4)) + C(I_2 \succ (I_1, I_3, I_4)) + C(I_3 \succ (I_1, I_2, I_4)) + C(I_4 \succ (I_1, I_2, I_3)) = 1,$$

$0.498 < \mathrm{MIN}(0.602, 0.567, 0.507)$.

Заключение

Таким образом, коллективный эффект при сравнении интервальных альтернатив проявляется, прежде всего, в снижении величины шансов предпочтительности каждой альтернативы относительно ее шансов при попарном сравнении. Это приводит к количественному росту величины риска выбора в качестве предпочтительной той альтернативы, которая в действительности не окажется таковой впоследствии. Природа этого эффекта заключается в том, что при наличии пересечения уже двух сравниваемых альтернатив имеется ненулевой риск принятия неверного решения. Этот риск усиливается с ростом количества сравниваемых альтернатив, особенно если шансы некоторых из них не слишком отличаются друг от друга.

Наличие большого числа альтернатив, ориентированных на достижение одной и той же цели, характерно для верхних иерархических уровней принятия решений. Возможно именно поэтому для верхних уровней управления более вероятен риск принятия не вполне верного решения. Если по содержательным соображениям необходимо выбрать для поддержки несколько альтернатив, делегирование полномочий на нижние уровни с передачей прав оценки соответствующих альтернатив представляется с позиций обсуждаемого здесь метод сравнения вполне обоснованным, приводя к снижению рисков на всех уровнях управления.

Вносит ли коллективный эффект другие поправки в результаты попарного сравнения альтернатив? В особенности важен вопрос о том, зависит ли определяемый величинами шансов порядок расположения альтернатив по предпочтительности в их совокупности. Ответ на это вопрос отрицателен: порядок, установленный при попарном сравнении, совпадает с порядком сравнения „в целом”. В этой связи обратим внимание на следующее обстоятельство. Информация об анализируемых интервальных альтернативах достаточно часто предоставляется экспертами. Хотя используемые в предлагаемом подходе при сравнении/оценке альтернатив по предпочтительности методы являются количественными, при приближенно-экспертном задании информации вряд ли имеет смысл придавать особое значение тому, на сколько именно рассчитанный показатель эффективности одной альтернативы больше/меньше другой. Представляется, что здесь более уместны суждения, основанные на порядковых шкалах, то есть на констатации того, что одна из альтернатив предпочтительней, без квантификации степени этой предпочтительности, так, как это имеет место в задачах не с количественными, а с качественными критериями [Ларичев, 2006]. Вместе с тем, лицу, принимающему решение, или эксперту полезно иметь представление о величине риска, связанного с делаемым им выбором, который определяется не только конфигурациями попарных сравнений, но и конкретной совокупностью сравниваемых альтернатив.

При принятии решения о выборе предпочтительной альтернативы или упорядочении альтернатив по предпочтительности полезно провести предварительный анализ исходной их совокупности. Во-первых, выбрав альтернативу, предпочтительность которой проверяется, следует исключить из совокупности альтернатив те, которые не имеют пересечения с анализируемой. Если левая граница таких интервалов не меньше, чем правая граница тестируемого интервала, то последний заведомо хуже. Если правая граница таких интервалов не больше, чем левая граница тестируемого интервала, то их можно исключить, ибо они заведомо хуже последнего. Уменьшая количество интервалов в их исходной совокупности, такое исключение увеличивает расчетные шансы предпочтительности анализируемой альтернативы.

Во-вторых, после проведения расчета шансов предпочтительности проверяемой альтернативы при попарных сравнениях целесообразно исключить те из них, шансы предпочтительности которых относительно тестируемой альтернативы менее 0.5.

Если выполнить эти процедуры для всех альтернатив в рассматриваемой совокупности, то лучшей окажется альтернатива с наибольшими шансами при попарных сравнениях с остальными, а оценку риска принятия неверного решения получаем при сравнении альтернатив „в целом”.

Рассмотрим гипотетический пример принятия решения с учетом коллективного эффекта для трех интервальных альтернатив, описанных в работе [Кононов, 2010]. В ней проанализированы три возможных проекта использования ресурсов Ковыктинского газоконденсатного месторождения. В качестве критерия сравнения в работе используется внутренняя норма доходности проекта (ВНД)[1], для возможных в каждом проекте значений ВНД в работе [Кононов, 2010] получены интервальные оценки, а упорядочение проектов по предпочтительности и выбор лучшего осуществляется методом Гурвица. При этом для разных проектов в [Кононов, 2010] выбраны разные значения коэффициентов „пессимизма – оптимизма” λ. Данные упомянутой работы [Кононов, 2010] представлены в Таблице 2.

Напомним, что согласно методу Гурвица интервальная оценка $[L, R]$ заменяется точечной $T(\lambda)$ по формуле $T(\lambda) = (1 - \lambda)L + \lambda R$, где $0 < \lambda < 1$ – коэффициент „пессимизма – оптимизма”. Отметим, что выбор различных значений λ для разных альтернатив не является общепринятым, а конкретный выбор указанных значений трудно обосновать. Вместе с тем такой выбор – единственная возможность примирить в некоторых случаях знания/предвидение эксперта с результатами метода Гурвица для конфигурации правого сдвига сравниваемых интервалов, когда $L_2 < L_1 < R_2 < R_1$. Для таких конфигураций при одинаковых значениях коэффициента „пессимизма – оптимизма” первый интервал предпочтительней второго при любых λ из отрезка [0, 1]. Различающиеся значения λ приводят к различным результатам, что может согласоваться с ожиданиями эксперта.

Таблица 2. Интервальные оценки ВНД трех инвестиционных проектов [Кононов, 2010]

Альтернативы	Название проекта	ВНД (%)	λ
$Альт_1$	Подача газа в Единую систему газоснабжения России	14.8 – 19.8	0.75
$Альт_2$	Экспорт сжиженного газа в страны Азиатско-Тихоокеанского региона	11.7 – 23.6	0.5
$Альт_3$	Экспорт газа в Китайскую Народную Республику	10.7 – 27.7	0.25

[1] Мы оставляем в стороне вопрос о правомочности выводов о предпочтительности проектов на основе такого критерия, как внутренняя норма доходности.

При использовании значений λ Таблицы 2 упорядочение альтернатив в результате применения метода Гурвица таково: Альт$_1 \succ$ Альт$_2 \succ$ Альт$_3$. Действительно, $T_1(0.75) = 18.55$; $T_2(0.5) = 17.65$; $T_3(0.25) = 14.95$. Однако, при одинаковых значениях коэффициента „пессимизма – оптимизма" порядок в множестве сравниваемых альтернатив сильно зависит от выбора значений λ. Именно, для рассматриваемых в таблице 2 альтернатив при $\lambda < 0.196$ Альт$_1 \succ$ Альт$_2 \succ$ Альт$_3$, при $0.196 < \lambda < 0.34$ Альт$_1 \succ$ Альт$_3 \succ$ Альт$_2$, при $0.34 < \lambda < 0.45$ Альт$_3 \succ$ Альт$_1 \succ$ Альт$_2$, наконец, при $\lambda > 0.45$ Альт$_3 \succ$ Альт$_2 \succ$ Альт$_1$. Обратим внимание на тот факт, что в данном случае значения $\lambda = 1/3$, рекомендуемые в работе [Виленский, 2008], лежат как раз на границе двух выделенных выше полос значений λ. Поэтому различие между первой и третьей альтернативами по предпочтительности, определяемой методом Гурвица при таком выборе λ, становится несущественным и реальный выбор фактически невозможен.

Целесообразно рассмотреть эту задачу с использованием предлагаемого здесь подхода. Оценим ту же проблемную ситуацию с учетом результатов сравнения „в целом". Для этого нам понадобятся соотношения для шансов предпочтительности для конфигурации $L_3 < L_2 < L_1 < R_1 < R_2 < R_3$ – конфигурации вложенных интервалов. Такова конфигурация интервальных оценок ВНД в рассматриваемом примере. Как и ранее распределения на сравниваемых интервалах равномерные. Эти соотношения представлены ниже

$$C(I_1 \succ (I_2, I_3)) = \frac{(\Delta I_1)^2}{3\Delta I_2 \Delta I_3} + \frac{(L_1 - L_3)(R_1 - L_2) + (L_1 - L_2)(R_1 - L_3)}{2\Delta I_2 \Delta I_3}$$

$$C(I_2 \succ (I_1, I_3)) = \frac{(\Delta I_1)^2}{3\Delta I_2 \Delta I_3} + \frac{(R_2 - R_1)(R_2 - 2L_3 + R_1) + \Delta I_1 (L_1 - L_3)}{2\Delta I_2 \Delta I_3}$$

$C(I_3 \succ (I_1, I_2)) = 1 - C(I_1 \succ (I_2, I_3)) - C(I_2 \succ (I_1, I_3))$.

Результаты расчета шансов показаны в Таблице 3.

Видно, что как при попарном сравнении, так и при сравнении „в целом" третья альтернатива предпочтительнее прочих. Однако риск ошибки не многим меньше шансов предпочтительности третьей альтернативы. При удалении первой альтернативы из списка сравниваемых как альтернативы, имеющей шансы предпочтительности при попарном сравнении меньшие половины, риск, связанный с выбором третьей альтернативы, снижается до примерно 0.4. Отметим, что к аналогичному выбору приводит сравнение по величине математического ожидания: Av(Альт$_1$) = 17.3; Av(Альт$_2$) = 17.65; Av(Альт$_3$) = 19.2 (см. [Виленский, 2008]). Однако, при использовании этого критерия нельзя оценить риск, связанный с принятием решений. Кроме того, указанное совпадение результатов выбора имеет место только при равномерных распределениях на сравниваемых интервалах [Shepelev, 2014].

Таблица 3. Шансы предпочтительности альтернатив использования газа

Оцениваемая гипотеза	Величина шансов
$Альт_1 \succ (Альт_2, Альт_3)$	0.193
$Альт_1 \succ Альт_2$	0.47171
$Альт_1 \succ Альт_3$	0.388
$Альт_2 \succ (Альт_1, Альт_3)$	0.298
$Альт_2 \succ Альт_1$	0.529
$Альт_2 \succ Альт_3$	0.409
$Альт_3 \succ (Альт_1, Альт_2)$	0.509
$Альт_3 \succ Альт_2$	0.591
$Альт_3 \succ Альт_1$	0.612

Трудности в работе ЛПР в условиях интервальной неопределенности связаны со сложностью обоснования принимаемого решения. Естественно стремление человека преодолеть неопределенность заменой интервальной оценки точечной с использованием своего опыта, предпочтений и интуиции. Поскольку сделать это достаточно сложно, ЛПР нуждается в средствах аналитической поддержки. В статье предлагаются некоторые методы, пользуясь которыми ЛПР может проверить насколько его, в значительной мере интуитивный, выбор согласуется с формальными результатами и скорректировать свои решения. Использование при сравнении альтернатив различных методов увеличивает объем и разнообразие полезной для ЛПР информации и может способствовать повышению обоснованности принимаемых решений.

Благодарности

The paper is published with partial support by the project ITHEA XXI of the ITHEA ISS (www.ithea.org) and the ADUIS (www.aduis.com.ua).

Библиография

[Shepelev, 2014] Shepelev G., Sternin M. The adequacy of point criteria during the evaluation and comparison of interval alternatives problems //Scientific and technical information processing. 2014. V.41, № 6, pp. 78 – 88.

[Виленский, 2008] Виленский П.Л., Лившиц В.Н., Смоляк С.А. Оценка эффективности инвестиционных проектов. Теория и практика. М.: Дело, АНХ. 2008.

[Дилигенский, 2004] Дилигенский Н.В., Дымова Л.Г., Севастьянов П.В. Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, экология. М.: Издательство Машиностроение − 1. 2004.

[Кононов, 2010] Кононов Ю.Д., Локтионов В.И., Ступин П.В. Учет фактора неопределенности при оценке вариантов использования ковыктинского газа // Proc. of the Int. Symposium on "Energy of Russia in XXI Century: Development Strategy – Eastern Vector". Irkutsk, Russia, Aug. 30 – Sept. 3. 2010.

[Ларичев, 2006] Ларичев О.И. Вербальный анализ решений. М.: Наука. 2006.

[Петровский, 1996] Петровский А.Б. Компьютерная поддержка принятия решений: современное состояние и перспективы развития // Системные исследования. Методологические проблемы. Ежегодник 1996. М.: Эдиториал УРСС. 1996.

[Стернин, 2005] Стернин М.Ю, Чугунов Н.В., Шепелев Г.И. Учет неопределенности экспертных знаний: синтез интервального и вероятностного подходов // Информационные технологии и вычислительные системы. 2005. Т. 4, сс. 36 – 46.

[Стернин, 2007] Стернин М.Ю, Шепелев Г.И., Шепелев Н.Г. Свойства обобщенного равномерного распределения вероятностей // Труды Второй международной конференции „Системный анализ и информационные технологии". 2007. Т. 1, сс. 239 – 242.

[Стернин, 2010] Стернин М.Ю., Шепелев Г.И. // Обобщенные интервальные экспертные оценки в принятии решений. // Доклады академии наук. Т. 432, № 1, сс. 33 – 34. 2010.

[Стернин, 2011] Стернин М.Ю, Шепелев Г.И. Сравнение интервальных альтернатив. // Труды Института системного анализа Российской академии наук. 2011. Т. 61, вып. 2, сс. 7 – 11.

[Стернин, 2014a] Стернин М.Ю, Шепелев Г.И. Об адекватности точечных критериев задачам оценки и сравнения интервальных альтернатив //Искусственный интеллект и принятие решений. 2014. №2, сс. 78 – 88.

[Стернин, 2014b] Стернин М.Ю, Шепелев Г.И. Оценка ожидаемой эффективности интервальных альтернатив // International journal "Information theories and applications". 2014. V. 21, No. 3, pp. 263 – 274.

Информация об Авторах

***Михаил Стернин** – старший научный сотрудник Института системного анализа Российской академии наук, Россия, 117312, Москва, просп. 60-летия Октября, 9, ИСА РАН; e-mail: mister@isa.ru*

***Геннадий Шепелёв** – заведующий лабораторией ИСА РАН; e-mail: gis@isa.ru*

Comparing Interval Alternatives "As a Whole"

Gennady Shepelev, Mikhail Sternin

Abstract: *In this paper we address the following questions. Can we assume that choosing the best interval alternative by their pair-wise comparison, we thus choose the alternative that is preferable simultaneously all others in their given set (prefer ability "as a whole")? Does the answer depend to this question from an amount of compared alternatives? It is shown that comparing interval alternatives "as a whole" reduces the values of chances of prefer ability for each alternative with respect to these values under pair-wise comparison. This in turn leads to a quantitative increasing risk of choice as preferred alternative the alternative, which will not be really such later, in future, when the uncertainty will be removed. The nature of this effect is that in the presence of intersection even for two comparable interval alternatives there is a non-zero risk of making the wrong decision. This risk increases with the amount of comparable alternatives, particularly if the chances of preferability for some of them are not very different from each other. Does generate the comparison "as a whole" other changes in the results of the pair-wise comparison of alternatives? Particularly important is the question of possible depending order of the alternatives in their set defined by preferebilities on using concrete approaches to comparing. The answer to this question is negative: the order established under the pair-wise comparison is the same as the order for comparing "as a whole". However, an estimation of true value of the risk associated with decision-making is useful for decision-maker or expert. Mentioned risk is in fact greater than risk that was estimated by pair-wise comparison because is determined not only by the* *configurations of the compared pairs of alternatives, but also the concrete set of compared alternatives i.e. the risk depends on the context. The presence of a large number of alternatives aimed at achieving the same goal is a characteristic of the upper hierarchical levels of decision-making. Perhaps this is why the risk of making not quit right decision is more likely to upper management levels. If because of some reasons it is necessary to select a number of alternatives to supporting, the delegation of authority to lower management levels with the assignment of appropriate rights of decision-making concerning corresponding subset of alternatives is presented in the framework of the considered here approach to comparing as the well-founded, because it reduces the risks of decision-making at each level of management.*

Keywords: *collective effect for comparing the interval alternatives, dependence of the risk of making the wrong decision about prefer ability on context, taking into account results comparing “as a whole” during deciding on preferebility.*