# МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ

# Евгений Забудский

**Аннотация:** Создана на основе теории нелинейных электрических и магнитных цепей обобщенная математическая модель электромагнитных режимов устройств с шихтованным магнитопроводом произвольной конструкции и уложенными на нем обмотками. Разработаны алгоритм и программная реализация модели. Проанализированы важные для практики нормальные установившиеся электромагнитные режимы работы реакторов; переходные процессы, возникающие при коммутациях в цепях обмоток; несимметричные режимы, обусловленные несимметрией питающей сети, самих устройств и нагрузки; явления, возникающие при намагничивании магнитопроводов; даны рекомендации по воздействию на качество электромагнитных процессов осуществлением различных режимов намагничивания.

Ключевые слова: управляемый реактор, электромагнитный режим, математическая модель ACM Classification Keywords: G.4 Mathematical Software - Algorithm design and analysis

#### Введение

К электроэнергетическим устройствам относятся насыщающиеся и управляемые реакторы (HP и УP). Являясь средством автоматического регулирования реактивной мощности, они необходимы для управления режимами электроэнергетических систем с целью решения следующих задач: компенсация избыточной зарядной мощности ЛЭП и повышение их пропускной способности, ограничение коммутационных перенапряжений, ограничение токов короткого замыкания, уменьшение колебаний напряжения, рациональное распределение напряжения и тока и др. [Zabudsky, 2003].

Реактор это статическое силовое нелинейное устройство, работа которого основана на явлении электромагнитной индукции. Реактивная мощность, потребляемая реактором, плавно регулируется за счет изменения насыщения (магнитного сопротивления) его магнитопровода.

Активная часть реактора содержит одну или несколько обмоток и магнитопровод, выполненный из электротехнической стали. В реакторе могут быть следующие отдельные обмотки: 1) рабочая

обмотка (PO). Она предназначена для включения в электрическую цепь, в которой используется индуктивность реактора; 2) обмотка управления (ОУ). Она предназначена для создания управляющего магнитного поля. В большинстве случаев это постоянное магнитное поле или поле, имеющее значительную постоянную составляющую; 3) компенсационная обмотка; 4) фазосдвигающая обмотка. Функции отдельных обмоток может выполнять одна совмещенная обмотка. Магнитопровод изготовляется или стержневым, подобно магнитопроводу силового трансформатора (реактор трансформаторного типа) или кольцевым, по типу магнитопровода электрической машины переменного тока с неявновыраженными полюсами (реактор электромашинного типа), но с неподвижным ротором.

Достоинство реакторов трансформаторного типа состоит и в том, что они выполняются на трансформаторные напряжения и поэтому могут быть включены в энергосистему без промежуточного трансформатора. Реакторы электромашинного типа отличают такие положительные качества, как компактность и простота конструкции при многофазном исполнении, отсутствие взаимоиндуктивных связей между обмотками и, следовательно, повышенное быстродействие, а также симметричность и синусоидальность рабочего тока.

Насыщающиеся и управляемые реакторы предназначены для использования в воздушных линиях электропередачи традиционного конструктивного исполнения и повышенной натуральной мощности [Zabudsky, 2003], в распределительных электросетях и в системах электроснабжения промышленных предприятий, поэтому важное значение имеет анализ электромагнитных режимов их работы в этих энергосистемах.

Исследованию режимов, характеристик и процессов устройств должна предшествовать реализация триады "модель - алгоритм - программа". В результате осуществляется замена устройства его моделью, которая затем анализируется посредством экспериментирования на ПК при помощи вычислительно-логических алгоритмов.

Математическая модель глубже вскрывает внутренние связи устройства, дает его точные количественные характеристики. Вычислительный эксперимент частично или полностью заменяет натурное экспериментирование, позволяя уменьшить сроки и стоимость разработок. Универсальность математических моделей, алгоритмов и программ дает возможность оперативно и без дополнительных затрат переходить от решения одной проблемы к другой.

На основе разработанной обобщенной математической модели электромагнитных режимов и явлений. возникающих при намагничивании магнитопровода, исследуется поведение электроэнергетических ΗP ("физиология") В системах ДВУХ типичных реакторов: трансформаторного типа и УР электромашинного типа. Устройство ("анатомия") реакторов оптимизировано на основе теории поля [Zabudsky, 2013].

Описание изготовленных и установленных на эксплуатацию устройств, разработанных программных продуктов с возможностью свободного копирования некоторых из них реализованы на Web-сайте автора http://zei.narod.ru.

## 1. Насыщающийся реактор трансформаторного типа

Разработан трехфазный HP активная часть которого состоит из стержневого магнитопровода и одной совмещенной обмотки (Рис. 1). Реактор предназначен для работы в схеме параметрического стабилизатора напряжения с целью ограничения колебаний напряжения в системе электроснабжения промышленных предприятий, которые обусловлены нагрузкой. Он также может быть использован для компенсации избыточной реактивной мощности энергосистемы в схеме статического компенсатора реактивной мощности. Устройство и теория HP рассмотрены в [Zabudsky, 2003].



Рис. 1. Электромагнитная схема НР с пятью катушками в каждой фазе.
Стрелками показано направление тока в фазах ( )
и направление магнитного потока в стержнях ( )

#### 1.1. Математическая модель электромагнитных режимов НР

Математическая модель составляется на основе эквивалентирования реального устройства электрической (Рис. 2) и магнитной (Рис. 3) схемами замещения с нелинейными сосредоточенными параметрами [Mishin, 1981; Zabudsky, 2003].

На Рис. 2 приняты следующие обозначения: 1)  $u_{AB}$ ,  $u_{BC}$ ,  $u_{CA}$  – мгновенные значения линейных напряжений, подведенных к совмещенной трехфазной обмотке; 2)  $i_{1A}$ ,  $i_{1B}$ ,  $i_{1C}$  – мгновенные значения линейных токов (искомые величины); 3)  $R_A$ ,  $R_B$ ,  $R_C$  – активные сопротивления фаз обмотки; 4)  $L_{\sigma A}$ ,  $L_{\sigma B}$ ,  $L_{\sigma C}$  – индуктивности, обусловленные магнитными потоками рассеяния фаз обмотки; 5)  $R_{AM}$ ,  $R_{BM}$ ,  $R_{CM}$  – нелинейные сопротивления, их значения приближенно учитывают потери в стали магнитопровода; 6)  $\rho = d/dt$  – символ дифференцирования по времени t; 7)  $\rho \Psi_A = -e_A$ ,  $\rho \Psi_B$ ,  $\rho \Psi_C$  – мгновенные значения ЭДС, индуктированных в фазах обмотки основными магнитными потокосцеплениями  $\Psi_A$ ,  $\Psi_B$ ,  $\Psi_C$  этих фаз.



Рис. 2. Электрическая схема замещения трехфазного НР

На Рис. 3 приняты обозначения: 1)  $i_{1i}W_{M}$ ,  $i_{1i}W_{6}$ ,  $i_{1i}W_{c}$ , i = A, B или C – мгновенные значения МДС катушек фаз совмещенной трехфазной обмотки; 2)  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$ ,...,  $\Phi_9$  – магнитные потоки в стержнях (искомые величины); 3)  $R_{C1}$ ,  $R_{C2}$ ,...,  $R_{C9}$  – нелинейные дифференциальные магнитные сопротивления стержней. Эти сопротивления определяются на основе аппроксимации кривой намагничивания электротехнической стали магнитопровода кубическим сплайном. Экспериментальная кривая намагничивания сглаживалась методом наименьших квадратов; 4)  $R_{\delta1}$ ,  $R_{\delta2}$ ,...,  $R_{\delta9}$  – линейные магнитные сопротивления эквивалентных зазоров.



Рис. 3. Магнитная схема замещения трехфазного НР

После ряда преобразований [Zabudsky, 2003], обобщенная математическая модель, представляющая собой систему нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), записывается в виде системы (1).

Разработаны алгоритм и программная реализация модели на ПК [Mishin, 1981; Zabudsky, 2003]. Результатом последней являются искомые значения: токов обмоток, магнитных потоков, индукций и других величин, получаемых как функции времени.

Система нелинейных ОДУ (1), относительно производных от потоков *p*Ф*i*, *i* = 1, 2,.., 9 и от токов *pi*<sub>1A</sub>, *pi*<sub>1B</sub>, *pi*<sub>1C</sub>, является системой линейных алгебраических уравнений (ЛАУ). Перед ее решением необходимо задать все величины, входящие в матрицу коэффициентов и в векторстолбец свободных членов системы ЛАУ, а нелинейные дифференциальные магнитные сопротивления, и нелинейные сопротивления, приближенно учитывающие потери в стали, рассчитать. После решения системы ЛАУ и нахождения значений производных от потоков и токов, они интегрируются численным методом и определяются искомые мгновенные значения потоков и токов для некоторого момента времени *t* лежащего на интервале интегрирования. Результаты интегрирования используются при формировании матрицы коэффициентов и вектора-столбца свободных членов системы (1) с целью ее решения для последующего момента времени, который определяется переменным шагом интегрирования. Значение шага интегрирования вычисляется программно для достижения заданной точности. Процесс продолжается до тех пор, пока не будет пройден весь интегрировалия интегрирования.



Математическая модель электромагнитных режимов насыщающегося реактора трансформаторного типа

Математическая модель электромагнитных режимов и явлений, возникающих при намагничивании других статических устройств различного функционального назначения, активная часть которых содержит магнитопровод с обмотками, будет структурно совпадать с (1). Это следует и из сопоставления (1) и (3). Обобщенная математическая модель в структурированной (блочной) матричной форме записывается следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{ci}(\mathbf{B}_{ci}) + \mathbf{R}_{\delta i} & \mathbf{W}_{\text{MAF}} \\ \mathbf{W}_{\mathfrak{I}} & \mathbf{L} \\ \mathbf{W}_{\mathfrak{I}} & \mathbf{I} \\ \mathbf{W}_{\mathfrak{I}} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{p}\phi_{i} \\ \mathbf{p}i \\ \mathbf{p}i \\ \mathbf{p}i \\ \mathbf{p}i \\ \mathbf{p}i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{U} \pm \mathbf{i}(\mathbf{R} + \mathbf{R}_{M}(\mathbf{B}_{ci})) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$
(2)

Для различных устройств (2) будет отличаться лишь числом уравнений и порядком заполнения выделенных пунктирными линиями блоков в матрице коэффициентов и в векторах-столбцах, которые определяются, в основном, конструктивными и схемотехническими особенностями устройств. В связи с этим, программная реализация математической модели различных устройств с точки зрения алгоритма не претерпевает принципиальных изменений.

Из анализа математической модели (1) следует, что при представлении ее в Международной системе единиц SI в вектор-столбец искомых, а также в матрицу коэффициентов входят величины, которые имеют существенно отличающиеся порядки. Последнее усложняет решение системы ЛАУ методом Гаусса и последующее интегрирование значений производных методом Рунге-Кутта. Для выравнивания порядков величин программная реализация модели представляется в преобразованной системе единиц (ПСЕ), отличающейся от SI тем, что единица длины в ПСЕ принята в 10<sup>2</sup> раз большей единицы длины в SI. После выполнения расчетов на ПК все величины, выводимые на печать, представляются в системе SI.

Математическая модель (1) позволяет анализировать различные электромагнитные режимы реакторов, в частности, при соответствующем изменении значений активных сопротивлений обмоток, индуктивностей рассеяния обмоток или чисел их витков, реализуется несимметричный режим работы устройств, обусловленный несимметрией обмоток. Если варьировать значения геометрических размеров участков магнитопровода, реализуется несимметричный режим работы реакторов, обусловленный несимметрией магнитопровода. Если же изменять соответствующим образом значения напряжений подводимых к обмоткам устройства, то моделируется работа его при несимметрии подводимых напряжений. Задавая равными нулю число витков катушек той или иной обмотки, можно исследовать роль и воздействие этой обмотки на работу устройства. Изменяя величины сопротивлений нагрузки, можно переходить от режима холостого хода к режиму нагрузки, в том числе, и к несимметричному, и далее – к короткому замыканию.

Кроме того, на основе модели анализируются явления, возникающие при намагничивании магнитопровода устройств. Эти явления обусловлены насыщением магнитной цепи. Они сопровождаются появлением гармоник в намагничивающем токе реактора, то есть в напряженности магнитного поля, и (или) появлением гармоник в ЭДС, то есть в индукции поля. Наличие гармоник в магнитном поле отрицательно сказывается как на работе самого реактора, так и на работе энергосистемы, в которую включен реактор, а также на работе близлежащих линий связи. Насыщение магнитопровода реакторов может быть ~ 2 Тл и несколько больше, поэтому амплитуды 2, 3,...,12, 13-й, ... гармоник насыщения могут достичь заметных величин.

Анализ явлений намагничивания иллюстрирует качество устройств с точки зрения проявления высших гармоник, подтверждает достаточность мер, выработанных для их подавления, и позволяет принять рекомендации, необходимые для проектирования устройств с учетом соответствующих гармоник. Результаты исследования могут быть использованы и в теории силовых серийных трансформаторов.

#### 1.2. Анализ электромагнитных режимов НР

Ниже приводятся расчетные зависимости, полученные в результате реализации математической модели (1) на ПК.

На Рис. 4, *а* показана зависимость линейных токов в фазах трехфазной совмещенной обмотки НР при следующих переходных процессах: 1)  $t_0 = 0.00$  с – включение НР на 3-фазное напряжение; 2)  $t_1 = 0.06$  с – наброс напряжения; 3)  $t_2 = 0.14$  с – 10-процентный сброс его. Как видно из рисунка, 1-й процесс длится в течение ~ 0.02 с; 2 и 3-й процессы заканчиваются за ~ 0.01 с. Как следует из приведенной зависимости, форма кривой тока является практически синусоидальной. В токе отсутствуют 5, 7, 11 и 13-я гармоники. Векторные диаграммы ЭДС по гармоникам этого порядка представляют собой замкнутые многоугольники, по пять векторов в каждом, соответственно пяти катушкам, из которых состоит фаза обмотки. Отсутствуют в токе и гармоники, кратные трем. В токе проявляются 17 и 19-я гармоники, амплитуды которых невелики.

Рис. 4, *б* иллюстрирует переходный процесс при обрыве фазы *А* питающего напряжения (начало процесса соответствует моменту времени *t*<sub>1</sub> = 0.06 с). При *t* > 0.06 с форма кривых токов в фазах *В* и *С* искажается за счет третьей гармоники, и нормальная работа HP нарушается.

На Рис. 5, *а* приведено изменение магнитной индукции во времени в средних стержнях 1, 4 и 7 соответственно 1, 2 и 3-го модулей реактора. Уплощенная форма кривых свидетельствует о наличии в магнитном поле 3-й гармоники индукции.

На Рис. 5, б представлена зависимость 3-ей гармоники индукции  $B_{3a}$ ,  $B_{3b}$ ,  $B_{3c} = f(t)$ , составляющей симметричную и синусоидальную трехфазную систему, так как в каждых трех стержнях 1, 4, 7; 2, 5, 8 и 3, 6, 9 первая и высшие гармоники индукции порядков 6· $k \pm 1$ , k = 1, 2, 3,... взаимно уравновешиваются.



t<sub>1</sub>=0,06c

0.10

t<sub>1</sub>=0,06c

0.05

*i*<sub>1A</sub>*i*<sub>1B</sub>*i*<sub>1C</sub>

†<sub>2</sub>=0,14c

0.15

t, c

t, c

0.15

0.10

0.20

б

88

-20

-30<del>1,</del> 0.00

20

10

0

-20

405 0.0

С

 $i_{1\text{A}}, i_{1\text{B}}, i_{1\text{C}}, \text{A}$ 

**Рис. 4.** Изменение линейных токов рабочей обмотки НР: в переходных процессах, начинающихся в моменты времени *t*<sub>0</sub>, *t*<sub>1</sub>, *t*<sub>2</sub> (*a*); при обрыве фазы *A* (*б*)

0.05



**Рис. 5.** Изменение магнитной индукции: в средних стержнях магнитопровода модулей HP (*a*); трехфазной системы 3-ей гармоники (б)

Трехфазную систему ЭДС утроенной частоты можно снять с соответствующим образом выполненной вторичной обмотки. На этом принципе основан утроитель частоты, обладающий приемлемыми технико-экономическими показателями [Zabudsky, 2003].

Благодаря быстрому параметрическому изменению реактивной мощности реактора в функции приложенного напряжения и отсутствию параллельных ветвей в обмотке, НР обладает практически безынерционным принципом действия, что делает особенно эффективным его использование для стабилизации напряжения в сети с резкопеременной нагрузкой. Вследствие пониженного содержания высших гармоник в кривой тока, а также других положительных качеств, НР является наиболее часто используемым типом реакторов.

### 2. Управляемый реактор электромашинного типа

Управляемые реакторы этого типа изготовляются на основе магнитопровода электрических машин переменного тока общепромышленного назначения. Активная часть реактора содержит магнитопровод и три обмотки: трехфазная пространственно распределенная рабочая обмотка (PO) и в общем случае две кольцевые обмотки управления (ОУ1 и ОУ2) (Рис. 6). Устройство и теория УР рассмотрены в [Mishin, 1977; Mishin, 1981; Zabudsky, 2003].



**Рис. 6.** Поперечное сечение активной части управляемого реактора электромашинного типа (изображение схематическое)

Трехфазная РО реактора может быть выполнена на напряжение не большее стандартного напряжения синхронного генератора, поэтому предпочтительнее использовать реактор в распределительных электросетях и в системах электроснабжения промышленных предприятий, так как в этом случае он подключается непосредственно, без промежуточного трансформатора. Реактор используется в качестве регулирующего элемента в схеме статического компенсатора реактивной мощности, в схеме параметрического стабилизатора напряжения (в этом случае обмотки управления не нужны, и устройство работает в режиме насыщающегося реактора) и др.

В реакторе органично реализуется (без усложнения устройства) режим симметричного намагничивания (CH), характеризующийся отсутствием четных гармоник пространственновременного спектра, и в индукции, и в напряженности магнитного поля при подмагничивании магнитопровода постоянным током. Реактор в режиме CH выгодно отличается от реактора в режиме вынужденного намагничивания (BH) рядом качеств. Для реализации режима CH необходимо, чтобы при равенстве размеров поперечных сечений внешнего и внутреннего ярм, равные МДС *F*<sub>0a</sub> и *F*<sub>0i</sub> обмоток управления, действовали встречно относительно контура вращающегося магнитного поля.

#### 2.1. Математическая модель электромагнитных режимов УР

Математическая модель составляется на основе эквивалентирования реального устройства электрической (Рис. 2 и Рис. 7) и магнитной (Рис. 8) схемами замещения с нелинейными сосредоточенными параметрами [Mishin, 1977; Mishin, 1981; Zabudsky, 2003]. Схема замещения трехфазной обмотки УР идентична схеме представленной на Рис. 2. На Рис. 7,*a*,*б* приведены схемы замещения кольцевых обмоток управления. Одна из них (ОУ1) уложена вокруг поперечного сечения ярма статора, другая (ОУ2) - вокруг сечения ярма ротора.

На Рис. 7,*a*,*б* приняты обозначения: 1)  $U_{0a}$ ,  $U_{0i}$  – значения напряжений постоянного тока, подведенных соответственно к обмоткам ОУ1 и ОУ2; 2)  $i_{0a}$ ,  $i_{0i}$  – мгновенные значения токов подмагничивания (искомые величины); 3)  $R_{0a}$ ,  $R_{0i}$  – активные сопротивления обмоток ОУ1 и ОУ2; 4)  $L_{\sigma0a}$ ,  $L_{\sigma0i}$  – индуктивности, обусловленные магнитными потоками рассеяния обмоток ОУ1 и ОУ2 в переходном процессе; 5)  $p\Psi_{0a}$  = - $e_{0a}$ ,  $p\Psi_{0i}$  – мгновенные значения ЭДС, индуктированных в обмотках ОУ1 и ОУ2 основными магнитными потокосцеплениями  $\Psi_{0a}$ ,  $\Psi_{0i}$  этих обмоток в переходном процессе.



Рис. 7. Электрическая схема замещения кольцевой (тороидальной) обмотки управления ОУ1 (*a*) и ОУ2 (б)



Рис. 8. Магнитная схема замещения реактора электромашинного типа (*a*); условные обозначения, принятые при записи системы ОДУ (3) (б)

На Рис. 8 показана схема замещения магнитной цепи УР. Приняты обозначения: 1)  $i_{1A}$ ,  $i_{1B}$ ,  $i_{1C}$  – мгновенные значения токов фаз двухслойной трехфазной обмотки; 2)  $W_A$ ,  $W_B$ ,  $W_C$  – числа витков пазовых катушек фаз двухслойной трехфазной обмотки; 3)  $i_{0a}$ ,  $i_{0i}$  – мгновенные значения токов обмоток ОУ1 и ОУ2); 4)  $W_{0a}$ ,  $W_{0i}$  – числа витков пазовых катушек обмоток ОУ1 и ОУ2); 5)  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$ ,...,  $\Phi_{13}$  – контурные магнитные потоки (искомые величины); 6)  $R_{a1}$ ,  $R_{a2}$ ,...,  $R_{a12}$  – нелинейные дифференциальные магнитные сопротивления участков ярма статора; 7)  $R_{i1}$ ,  $R_{i2}$ ,...,  $R_{i12}$  – нелинейные дифференциальные магнитные копротивления участков ярма ротора; 8)  $R_{z1}$ ,  $R_{z2}$ ,...,  $R_{z12}$  – нелинейные дифференциальные магнитные сопротивления зубцов; 9)  $R_{\delta}$  – линейное магнитное сопротивление радиального зазора между статором и ротором.

Математическая модель электромагнитных режимов реактора и явлений, возникающих при намагничивании магнитопровода, составлена аналогично модели для HP (раздел 1.1). Математическая модель – это система нелинейных ОДУ (3), включающая 18 уравнений. Неизвестными в ней являются тринадцать контурных магнитных потоков, три линейных тока двухслойной трехфазной обмотки и два тока кольцевых обмоток управления. Алгоритм и программная реализация математической модели принципиально не отличаются от таковых для HP.

ΣR <sub>1,1</sub>	-Rz2- -Rδ										-R <sub>z</sub> - -R <sub>i</sub> - R <sub>i</sub>	-R <sub>1i</sub>	-2W4			-W <sub>0 a</sub>	₩₀i	pΦ <sub>1</sub>		
-Rz2- -Rδ	$\Sigma R_{2,2}$	-Rz3- -Rδ									-R <sub>2i</sub>	-R <sub>21</sub>	-WA		Wc	-₩₀ a	₩₀i	pΦ <sub>2</sub>		
	-Rz3- -Rδ	ΣR3,3	-Rz4- -Rδ								-R <sub>31</sub>	-R <sub>31</sub>			2Wc	-₩₀ a	₩₀i	pΦ₃		
		-Rz4 -Rδ	ΣR <b>4,4</b>	-Rz5- -Rδ							-R <sub>4i</sub>	-R <sub>4i</sub>		-W <sub>B</sub>	Wc	-₩₀ a	Woi	pΦ <sub>4</sub>		
			-Rz5- -Rδ	ΣR5,5	-Rz6- -Rδ						-R <sub>5i</sub>	-R <sub>51</sub>		-2W <sub>B</sub>		-₩₀ a	₩₀i	pΦ <sub>5</sub>		
				-Rz6- -R∂	$\Sigma R_{6,6}$	-Rz7 -Rδ					-R <sub>61</sub>	-R <sub>61</sub>	WA	-W <sub>B</sub>		-W₀a	₩₀i	pΦ <sub>6</sub>		
					-Rz7 -Rs	ΣR <sub>7,7</sub>	-Rz8 -Rδ				-R <sub>7i</sub>	-R <sub>7i</sub>	2WA			-₩₀ a	₩₀i	pΦ <sub>7</sub>		
						-Rz8- -Rδ	ΣR <sub>8,8</sub>	-Rz9- -Rδ			-R <sub>8i</sub>	-R <sub>8i</sub>	WA		-Wc	-₩₀ a	Woi	pΦ <sub>8</sub>		
							-R <sub>z9</sub> - -Rδ	ΣR <sub>9,9</sub>	-Rz10 -Rδ		-R <sub>9i</sub>	-R <sub>9i</sub>			-2Wc	-₩₀ a	₩₀i	pΦ <sub>9</sub>		(3)
								-R <sub>z10</sub> -Rδ	ΣR <sub>10,10</sub>	-R <sub>z11</sub> -R <sub>δ</sub>	-R <sub>10i</sub>	-R <sub>10i</sub>		WB	-Wc	-W₀a	₩₀i	ρΦ <sub>10</sub>	_	(3)
									-Rz1ī -Rs	$\Sigma R_{11,11}$	-R <sub>z</sub> -  -R <sub>i</sub> -R <sub>i</sub>	-R <sub>11i</sub>		2W <sub>B</sub>		-₩₀ a	₩₀i	рФ <sub>11</sub>		
-R <sub>zī</sub> -R <sub>i1</sub> Rδ	-R <sub>12</sub>	-R <sub>13</sub>	-R <sub>i4</sub>	-R <sub>15</sub>	-R <sub>16</sub>	-R <sub>17</sub>	-R <sub>18</sub>	-R <sub>i9</sub>	-R <sub>i1c</sub>	-R <sub>z</sub> - -R <sub>i</sub> -R <sub>č</sub>	$\Sigma R_{12,12}$	$\sum_{i=1}^{11} R_{i,i}$	-WA	WB		-₩₀ a	-11W01	рФ <sub>12</sub>		
-R <sub>i1</sub>	-R <sub>i2</sub>	-R <sub>i3</sub>	-R <sub>i4</sub>	-R <sub>15</sub>	-R <sub>16</sub>	-R <sub>i7</sub>	-R <sub>i8</sub>	-R <sub>i9</sub>	-R <sub>i10</sub>	-R <sub>i11</sub>	∑Ri,j	∑ <sub>j=1</sub> <sup>12</sup> R <sub>i,j</sub>					-12W <sub>0 i</sub>	рФ <sub>13</sub>		
2WA	$W_{A}$		-W <sub>B</sub>	-2W <sub>B</sub>	-W <sub>AB</sub>	-2W4	-WA		WB	2WB	W <sub>AB</sub>		L <sub>δA</sub>	-L <sub>δb</sub>				$pi_{1A}$	$\mathcal{U}_{\mathtt{AB}}\dot{i}_{\mathtt{1A}}(\mathtt{R}_{\mathtt{A}}+\mathtt{R}_{\mathtt{AM}})+\dot{i}_{\mathtt{1B}}(\mathtt{R}_{\mathtt{B}}+\mathtt{R}_{\mathtt{BM}})$	
	Wc	2W <sub>c</sub>	W <sub>BC</sub>	2W <sub>B</sub>	WB		-Wc	-2Wc	-₩ <sub>BC</sub>	-2W <sub>E</sub>	-W <sub>B</sub>			L <sub>δb</sub>	Lδc			$pi_{1B}$	$\mathcal{U}_{\mathrm{BC}}\dot{i}_{\mathrm{1B}}(\mathrm{R_{B}+R_{BM}})+\dot{i}_{\mathrm{1C}}(\mathrm{R_{C}+R_{CM}})$	
													1	1	1			$pi_{1C}$		
₩₀a	W₀a	₩₀a	W₀a	₩₀a	W₀a	W <sub>a</sub>	₩₀a	W₀a	₩₀a	₩₀a	Woo					L <sub>0a</sub>		$pi_{Oa}$	$U_{0a} - i_{0a} R_{0a}$	
-W <sub>0</sub> ;	-W <sub>0</sub> ;	-W₀;	-W <sub>0</sub> ;	-W <sub>0</sub> i	-W <sub>0</sub> ;	-W <sub>0</sub> ;	-W <sub>0</sub> ;	-W₀;	-W <sub>0</sub> ;	-W <sub>0</sub> ;	11W <sub>0</sub>	i 12₩₀i					Loi	$pi_{oi}$	$U_{oi} - i_{oi}R_{oi}$	

Математическая модель электромагнитных режимов управляемого реактора электромашинного типа

## 2.2. Анализ электромагнитных режимов УР

Небольшое предварительное подмагничивание УР позволяет сократить время переходного процесса [Mishin, 1981]. Приводимые ниже зависимости, полученные в результате реализации математической модели (3) на ПК, соответствуют предварительно подмагниченному магнитопроводу.

На Рис. 9,*а*,*б* приведены значения магнитной индукции *B<sub>a</sub>* в поперечном сечении ярма статора и *B<sub>z</sub>* в поперечном сечении зубца изменяющиеся в функции времени.



**Рис. 9.** Изменение индукции магнитного поля и токов подмагничивания в режимах ВН (*a*) и СН (б). При *t*<sub>1</sub> = 0,1 с рабочая обмотка предварительно подмагниченного реактора включается в сеть

Рис. 9,*а* соответствует режиму вынужденного намагничивания (BH), а Рис. 9,*б* – режиму симметричного намагничивания (CH). Как следует из анализа кривых, в режиме BH в магнитной индукции содержатся четные гармоники, а в режиме CH они отсутствуют, что полностью согласуется с экспериментальными данными (Рис. 10,*a*).



Рис. 10, *а*. Осциллограммы магнитного потока Φ<sub>a</sub> и Φ<sub>z</sub> соответственно в сечениях ярма и зубца в режимах намагничивания ВН и СН. *i*<sub>0a</sub>, *i*<sub>0i</sub> – токи подмагничивания в обмотках управления ОУ1 иОУ2; *e*<sub>2</sub> – ЭДС, индуктированная 2-й гармоникой поля



**Рис. 10, б.** Осциллограммы токов в фазах РО (кривые *i*<sub>1A</sub>, *i*<sub>1B</sub>, *i*<sub>1C</sub>) и вибраций магнитопровода (кривая *f*<sub>B</sub>) в режимах намагничивания ВН и СН

На Рис. 11,*а*,*б* показана зависимость токов, протекающих в фазах трехфазной обмотки и в обмотках управления, для следующих переходных процессов: 1)  $t_0 = 0.0$  с – включение УР только на напряжения  $U_{0a}$ , и  $U_{0i}$  постоянного тока; 2)  $t_1 = 0.1$  с – включение УР на трехфазное напряжение; 3)  $t_2 = 0.17$  с – обрыв фазы *A* питающего напряжения. Рис. 11,*a* соответствует режиму ВН, а Рис. 11,*б* – режиму СН при прочих одинаковых условиях. Как следует из сопоставления кривых, реактор в режиме СН отличается следующими достоинствами: 1) в режиме СН токи подмагничивания и ток трехфазного напряжения, а в режиме ВН это время существенно больше; 2) диапазон регулирования тока в режиме СН больше, чем в режиме ВН примерно на 15...20 %; 3) отсутствием "трясущих" вибраций магнитопровода, что подтверждается данными эксперимента (рис. 10,*б*). При обрыве фазы *A* питающего напряжения в обоих режимах намагничивания в токах подмагничивания появляются четные гармоники, а в линейных токах – нечетные гармоники, кратные трем, и работа реактора становится невозможной.



**Рис. 11.** Изменение трехфазного тока и токов подмагничивания в режимах ВН (*a*) и СН (*б*).При *t*<sub>1</sub> = 0,1 с рабочая обмотка предварительно подмагниченного реактора включается в сеть

Изготовлены на основе пространственного витого магнитопровода производства Минского трансформаторного завода два совмещенных управляемых реактора-трансформатора на мощность 250 кВ·А, напряжение 10/0,4 кВ (фотография на Рис. 12) [Zabudsky, 2003]. На стороне высокого напряжения включены батареи конденсаторов 3x100 квар, 6,3 кВ. Устройства установлены на подстанциях в распределительных электросетях с целью выполнения следующих функций: трансформация напряжения, компенсация реактивной мощности, улучшение качества электроэнергии.



**Рис. 12.** Фотография активной части совмещенного управляемого реактора-трансформатора УРТ-250/10

# Выводы

- 1. Разработаны обобщенная математическая модель, ее алгоритм и программная реализация, электромагнитных режимов устройств с шихтованным магнитопроводом произвольной конструкции и уложенными на нем обмотками.
- 2. Проанализированы важные для практики нормальные установившиеся электромагнитные режимы работы реакторов; переходные процессы, возникающие при коммутациях в цепях обмоток; несимметричные режимы, обусловленные несимметрией питающей сети, самих устройств и нагрузки; явления, возникающие при намагничивании магнитопроводов; даны рекомендации по воздействию на качество электромагнитных процессов осуществлением различных режимов намагничивания и пр.
- 3. Установлено, что качественно электромагнитные процессы в реакторах трансформаторного и электромашинного типов протекают практически одинаково. Поэтому исследования реакторов этих типов осуществляются параллельно, дополняя друг друга, что способствует более полному изучению устройств, развитию их теории и улучшению техникоэкономических показателей. Вместе с тем, выявлены количественные различия в характерах электромагнитных процессов, обусловленные схемотехническими и конструктивными особенностями реакторов указанных типов.
- 4. Адекватность математической модели подтверждается экспериментальными данными и определяется в основном принятыми допущениями, в соответствии с которыми устройства трактуются как электрические и магнитные цепи с нелинейными сосредоточенными параметрами. При принятых допущениях быстродействие программной реализации модели является вполне приемлемым.
- 5. При вводе в обобщенную математическую модель дифференциального уравнения движения, возможно исследовать, при соответствующей коррекции ее, не только электромагнитные, но и электромеханические режимы работы электрических машин, контакторов, реле и др.

### Бибиография

- [Mishin, 1977] Мишин В.И., Забудский Е.И., Собор И.В. Трехфазные управляемые реакторы. Кишинев: Штиинца, 1977, 133 с.
- [Mishin, 1981] Мишин В.И., Собор И.В., Забудский Е.И. Математическое моделирование статических ферромагнитных устройств. Кишинев: Штиинца, 1981, 104 с.
- [Zabudsky, 2003] Забудский Е.И. Совмещенные регулируемые электромагнитные реакторы. Москва: Энергоатомиздат, 2003, 436 с.
- [Zabudsky, 2013] Evgeny Zabudsky. Controlled Electro-Magnetic Reactors Optimization Based on Mathematical Modeling of the Magnetic Field // International Journal "Information Technologies & Knowledge" Vol. 7, Number 2, ITHEA, Sofia (Bulgaria), 2013, pp. 152-171.

## Информация об авторе



**Евгений Забудский** — профессор, доктор техн. наук; Российский университет Дружбы народов, кафедра Кибернетики и мехатроники; 117923, Москва, Россия, ул. Орджоникидзе, д. 3; e-mail: zei@inbox.ru

Направление научной работы — Регулируемые электромагнитные устройства для управления режимами электроэнергетических систем; компьютерные и информационные технологии в образовании; web-caйт: http://zei.narod.ru

# Modeling and Analysis of Electromagnetic Modes of Electric Power Devices Evgeny Zabudsky

**Abstract:** Generalized mathematical model of the electromagnetic modes of devices with interleaved core of an arbitrary design with placed windings is created. Algorithm and software implementation of the model are developed. Practically important normal electromagnetic steady-state modes of reactors' operation, transient processes occurring at commutation within the winding circuits, non-symmetrical modes determined by non-symmetry of the supplied circuitry, and phenomena originating due to magnetic core magnetization are analyzed. Recommendations on electrical processes quality influencing with different magnetization modes are provided.

Keywords: controlled reactor, electromagnetic mode, mathematical model.