КОНСТРУКТИВНОЕ СООТВЕТСТВИЕ МУЛЬТИСИМВОЛЬНЫХ И ЛИНЕЙНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФРАКТАЛОВ

Виктор Шинкаренко, Константин Литвиненко, Роберт Чигирь

Аннотация: *Парадигма конструктивного представления окружающего мира основывается на положении, что весь мир состоит из конструкций и конструктивных процессов. Отдельные конструкции посредством конструктивных процессов преобразуются в другие. Между конструкциями различной природы может существовать явное или неявное соответствие. В данной работе конструктивно-продукционный подход к моделированию фракталов позволяет установить соответствие между мультисимвольными и линейными плоскими геометрическими фракталами, детерминированными и стохастическими. Это расширяет возможности конструирования последних с целью изучения их свойств и возможностей моделирования объектов реального мира. Средства конструктивно-продукционного моделирования получили развитие в виде семейства параметрических конструкторов, что позволяет варьировать возможности конструкторов.*

Ключевые слова: *конструктивно-продукционное моделирование, конструктор, фрактал, стохастические фракталы, L-система, специализация, интерпретация, конкретизация, реализация*

ITHEA Keywords: *F.4.2 Grammars and Other Rewriting Systems; I.1.1 Expressions and Their Representation; I.1.4 Applications; I.6.5 Model Development.*

Введение

Основные понятия фрактальной геометрии сформулированы в работе Б. Мандельброта «Фрактальная геометрия природы» [Mandelbrot, 1982] как обобщение и развитие идей А. Пуанкаре, П. Фату, Г. Кантора, Ф. Хаусдорфа. Указанная работа привела к появлению множества работ прикладного характера, в которых фрактальный подход начал применяться для решения практических задач из области хаоса и динамических систем [Федер,1991, Божокин, 2001, Peitgen, 2004], моделирования дендритов [Кроновер, 2000, Помулев, 2002, Безносюк, 2002], фрактальных свойств антенн [Слюсар, 2007], трафика видеосигналов, связи и интернета [Шелухин, 2008, Шелухин, 2011] и др.

В соответствии с определением Б. Мандельброта: фрактал – это структура, состоящая из частей, которые в каком-то смысле подобны целому. Поэтому фракталом является такой объект, который обладает свойством самоподобия, он более или менее единообразно устроен на широком диапазоне масштабов. В геометрическом случае самоподобие гарантирует инвариантность при любом изменении масштаба, однако это характерно только для регулярных, детерминированных фракталов. Если детерминированный процесс построения фрактальной структуры зашумлен случайными воздействиями, тогда формируются стохастические фракталы. Свойство самоподобия таких фракталов проявляется только при усреднении по всех статистически независимых реализациях объекта. Поэтому, часть фрактала при изменении масштаба не полностью инвариантна начальному фрагменту, однако их статистические характеристики совпадают.

Разработка эффективных алгоритмов и программных средств для моделирования двумерных фракталов и трехмерных фрактальных поверхностей продолжает оставаться в центре внимания специалистов, занимающихся решениями инженерных, медицинских, управленческих и других задач [Кравченко,2016, Kravchenko, 2017, Camps-Raga, 2010, Zhou, 1995, Chiu, 2006, Zhou, 2010].

Связанные работы

На базе фундаментального принципа общенаучных исследований – от частного к общему, а затем от общего к частному, в [Shynkarenko, 2014], выполнено обобщение возможностей и особенностей различных модификаций грамматик и грамматико-подобных систем с применением конструктивного подхода. Исходя из [Shynkarenko, 2014], конструкционно-продукционное моделирование может применяться для решения задач формирования, преобразования и анализа конструкций различной природы с применением операций связывания, подстановки, вывода и др. операций, а также правил подстановки. На основе такого подхода представляется возможным моделирование и формализация любых конструктивных процессов в области инженерии, биологии, информационных технологий, а также расширяется возможность учета свойства элементов, их формы и связи.

Отталкиваясь от общего подхода в указанных работах, удалось решить ряд частных задач:

- адаптации алгоритмов сжатия к архивируемым данным [Shynkarenko, 2015];
- совершенствования процесса ранжирования альтернатив методом анализа иерархий [Шинкаренко и Васецкая, 2016];
- адаптации структур данных в оперативной памяти [Шинкаренко и Забула, 2016];
- совершенствование структур хранения данных в задачах выявления плагиата [Шинкаренко и Куропятник, 2016].

В данной работе рассматриваются идеи конструктивно-продукционного подхода, как инструмента, позволяющего эффективно моделировать как регулярные, так и стохастические геометрические фракталы.

Цель и задача исследования

Цель исследования – применяя средства и методы конструктивно-продукционного моделирования к мультисимвольным и линейным геометрическим фракталам:

– формализовать процесс и результаты их формирования;

– разработать математический аппарат, устанавливающий соответствие между ними.

В соответствие с поставленными целями необходимо разработать:

– конструкторы мультисимвольных и линейных геометрических фракталов;

– программное обеспечение для их реализации.

Обобщенный конструктор. Основные положения

В основу конструктивно-продукционного моделирования положено понятие обобщенной конструктивно-продукционной структуры [Shynkarenko, 2014]. Как результат и продолжение указанных исследований, в работах [Shynkarenko, 2015, Шинкаренко и Васецкая, 2016, Шинкаренко и Забула, 2016, Шинкаренко и Куропятник, 2016], предложено рассматривать средство конструирования – обобщенный конструктор (ОК)

$$C = \langle M, \Sigma, \Lambda \rangle, \tag{1}$$

где M – неоднородный расширяемый носитель, Σ – сигнатура отношений и соответствующих операций: связывания, подстановки, вывода, над атрибутами, Λ – множество утверждений информационного обеспечения конструирования (ИОК), которое включает: онтологию, цель, правила, ограничения, условия начала и завершения конструирования.

В M можно выделить подмножества: T – терминалов, N – нетерминалов (вспомогательных, абстрактных элементов), со свойствами $T \cap N = \varnothing$, $\varepsilon \in T$, $\varepsilon \notin N$, где ε – пустой элемент.

Особенностями конструктивно-продукционного моделирования с применением являются [Shynkarenko, 2015, Шинкаренко и Васецкая, 2016, Шинкаренко и Забула, 2016, Шинкаренко и Куропятник, 2016]: атрибутивность элементов и операций, расширяемый носитель, модель исполнителя в виде его базовых алгоритмов, связь операций с алгоритмами их выполнения.

Онтология обобщенного конструктора в неформальном виде изложена в [Shynkarenko, 2014], ниже приведена ее часть необходимая для дальнейшего изложения.

Сигнатура Σ состоит из множества операций: Ξ – связывания, Θ – подстановки и вывода, Φ – операций над атрибутами. Сигнатура содержит также отношения подстановки «$\to$». Таким образом, формально сигнатура есть $\Sigma = \langle \Xi, \Theta, \Phi, \{\to\} \rangle$, со свойствами: $\Xi \cap \Theta = \varnothing$; $\Xi \cap \Phi = \varnothing$; $\Theta \cap \Phi = \varnothing$, $\varepsilon \in \Phi$. Сигнатура состоит из имен операций $\{\otimes_j\}$, обладающих набором атрибутов w_i, представляется как ${}_w\otimes \in \Sigma$.

Операции связывания элементов конструктора соединяют отдельные элементы в конструкции или их части (промежуточные формы).

В классических формальных грамматиках используется одна бинарная операция связывания (конкатенации) над элементами терминального и нетерминального алфавитов, однако для специализированных грамматик могут использоваться разнообразные операции связывания: по условию, многоместные, графических элементов и др.

Под формой ${}_{w_l}l$ с набором атрибутов w_l понимают:

– ${}_{w_l}l = {}_{w_0}\otimes({}_{w_1}m_1, {}_{w_2}m_2, \ldots, {}_{w_k}m_k)$ для $\forall {}_{w_i}m_i \in M$;

– ${}_{w_l}l = {}_{w_j}m_j$, если $l = {}_{w_0}\otimes(\varepsilon, \ldots, \varepsilon, {}_{w_j}m_j, \varepsilon, \ldots, \varepsilon)$;

– ${}_{w_l}l = {}_{w_0}\otimes({}_{w_1}l_1, {}_{w_2}l_2, \ldots, {}_{w_k}l_k)$, если ${}_{w_1}l_1, {}_{w_2}l_2, \ldots, {}_{w_k}l_k$ – формы.

Таким образом, операция связывания применяется как к элементам носителя, так и к формам, сконструированным с ее помощью на основе элементов носителя.

Отношение постановки – двуместное отношение с атрибутами ${}_{w_i}l_i \rightarrow {}_{w_j}l_j$.

Пусть $s = \langle {}_{w_1}l_1 \rightarrow {}_{w_2}l_2,\ {}_{w_3}l_3 \rightarrow {}_{w_4}l_4,\ \ldots,\ {}_{w_m}l_m \rightarrow {}_{w_{m+1}}l_{m+1} \rangle$ – последовательность отношений подстановки или $s = \varepsilon$, и $g = \langle \oplus_1 (w_{1,1}, w_{2,1}, \ldots, w_{k_1,1}), \oplus_2 (w_{1,2}, w_{2,2}, \ldots, w_{k_2,2}), \ldots, \oplus_n (w_{1,n}, w_{2,n}, \ldots, w_{k_n,n}) \rangle$ – последовательность операций над атрибутами. Назовем правилом продукции $p : \langle s, g \rangle$. Здесь $\oplus$ – произвольная операция над атрибутами ($\oplus \in \Phi$).

Множество правил продукций будем обозначать $\Psi = \{\psi_i : \langle s_i, g_i \rangle\}$.

Пусть задана форма ${}_{w_l}l = \otimes({}_{w_1}l_1,\ {}_{w_2}l_2,\ \ldots,\ {}_{w_h}l_h,\ \ldots, {}_{w_k}l_k)$ и отношение подстановки ${}_{w_h}l_h \rightarrow {}_{w_q}l_q$ такое, что ${}_{w_h}l_h \prec {}_{w_l}l$ (отношение $\prec$ – содержит), тогда результатом ${}_{w_l^*}l^*$ трехместной операции подстановки $\Rightarrow({}_{w_h}l_h, {}_{w_q}l_q, {}_{w_l}l)$ будет форма ${}_{w_l^*}l^* = \otimes({}_{w_1}l_1,\ {}_{w_2}l_2,\ \ldots,\ {}_{w_q}l_q,\ \ldots, {}_{w_k}l_k)$, где $\Rightarrow \in \Theta$.

Двухместная операция частичного вывода ${}_{w_l^*}l^* = {}_{v_p}|\!\Rightarrow (\Psi, {}_{w_l}l)$ ($|\!\Rightarrow \in \Theta$) заключается в:

– выборе одного из доступных правил подстановки $p_r : \langle s_r, g_r \rangle$ с отношениями подстановки s_r;

– выполнении на его основе операций подстановки;

– выполнении операций над атрибутами g_r в соответствующей последовательности.

Операция полного вывода или просто вывода ($||\!\Rightarrow \in \Theta$) заключается в пошаговом преобразовании форм, начиная с начального нетерминала и заканчивая конструкцией, удовлетворяющей условию окончания вывода, что подразумевает циклическое выполнение операций частичного вывода. Операция двухместная ${}_{\Delta, w_l^*}l^* = ||\!\Rightarrow (\Psi, {}_{w_l}l)$, где ${}_{w_l}l \in U$.

Результирующие конструкции операций полного вывода принадлежат $\Omega(C_L)$.

Для формирования конструкций выполняется ряд уточняющих преобразований:

- специализация определяет предметную область: семантическую природу носителя, конечное множество операций и их семантику, атрибутику операций, порядок их выполнения и ограничения на правила подстановки $C \;_S\!\mapsto {}_S C$;
- интерпретация заключается в связывании операций сигнатуры C_A с алгоритмами выполнения некоторой алгоритмической структуры, что связывает информационную модель средств формирования конструкций и модель исполнителя ${}_S C, C_{AI} \mapsto < {}_{S,I}C, C_A >$, образуя конструктивную систему;
- конкретизация конструктора заключается в расширении аксиоматики множеством правил продукций, задании конкретных множеств нетерминальных и терминальных символов с их атрибутами и, при необходимости, значений атрибутов ${}_{S,I}C_K \mapsto {}_{S,I,K}C$;
- реализация конструктора заключается в формировании множества конструкции из элементов носителя конструктора путем выполнения алгоритмов, связанных с операциями сигнатуры ${}_{S,I,K}C_R \mapsto \Omega$.

В работах [Shynkarenko, 2015, Шинкаренко и Васецкая, 2016, Шинкаренко и Забула, 2016, Шинкаренко и Куропятник, 2016], уточняющие преобразования выполняются в такой последовательности

$$C \;_S\!\mapsto {}_S C \mapsto {}_S C, C_A \;_I\!\mapsto < {}_{S,I}C, C_A > \;_K\!\mapsto < {}_{S,I,K}C, C_A > \;_R\!\mapsto \Omega . \qquad (2)$$

Однако как оказалось, такой подход не является единственно возможным и необходимым. Вариативность порядка применения уточняющих преобразований приводит к достаточно интересным и полезным результатам. Для этого, в частности, в рамках конструктивно-продукционного моделирования используем идеи L-систем.

Семейство параметрических конструкторов мультисимвольных фракталов

Как известно, продукционные L-системы (Lindenmayer system) [Lindenmayer, 1968] широко используются для моделирования различных систем и процессов, компьютерной графики, биологии, музыки и др.

Основная отличительная особенности L-систем относительно других классических грамматик состоит в отсутствии нетерминалов, атрибутивности терминалов, выполнении «параллельной» подстановки, порядка формирования множества выводимых конструкций и аксиомы в виде начальной конструкции.

Специализацию обобщенного конструктора на основе конструктивно-продукционного подхода и L-систем можно рассматривать как

$$C = \langle M, \Sigma, \Lambda \rangle \; {}_{S}\!\mapsto \; C_L = \left\langle M_L, \Sigma_L, \Lambda_L \right\rangle, \tag{3}$$

где M_L включает символьные терминалы, а также промежуточные формы и мультисимвольные конструкции, Σ_L состоит из единственной операции – конкатенации символов и символьных цепочек (знак операции между операндами, как правило, опускается, Λ_L – информационное обеспечение включает основы конструктивно-продукционного моделирования и особенности L-систем $\Lambda_L = \Lambda \cup \Lambda_1$.

Онтология ИОК Λ_1 включает приведенные выше обозначения и их семантику, понятия «символ», «конкатенация», «цепочка символов» и другие известные понятия мультисимвольной обработки, а также приведенными ниже положениями.

Уточняется операция частичного вывода $|\!\Rightarrow (\Psi, {}_{w_l} l)$: выполняются все допустимые операции подстановки из Ψ, применимые к терминалам из формы ${}_{w_l} l$, просматривая её слева направо за исключением рекурсии.

Начальные условия задаются в виде цепочки символов (аксиомы).

Множество нетеминалов пусто.

Конструктивная система позволяет конструировать некоторое множество конструкций (возможно и одну) либо выполнять проверку принадлежности заданной конструкции этому множеству.

В ряде случаев возникает необходимость схожим образом формировать два или более отличных друг от друга множества конструкций. Другими словами, множества формируемых конструкций различны, а процессы их формирования имеют незначительную вариативность.

В таких случаях целесообразно применять параметрические конструкторы. Назовем семейством конструкторов множество конструкторов, отличающихся ограниченным количеством положений информационного обеспечения. При определении семейства в круглых скобках задаются параметры конструкторов (перечисляются вариативные в рамках семейства элементы ИО). Определим семейство параметрических конструкторов следующим образом:

$$C(a_1, a_2 \ldots a_n) = \langle M, \Sigma, \Lambda \rangle \tag{4}$$

где $a_i \in \Lambda$ – идентификаторы положений информационного обеспечения. Их значения задаются внешним исполнителем путем дополнительной конкретизации.

Конкретизируем C_L до уровня семейства параметрических мультисимвольных конструкторов

$$. \ C_L = \left\langle M_L, \Sigma_L, \Lambda_L \right\rangle_K \mapsto C_{MS}(\mathrm{B},\mathrm{P},\mathrm{n}) = \left\langle M_{MS}, \Sigma_{MS}, \Lambda_{MS} \right\rangle \tag{5}$$

где B – начальная цепочка символов (аксиома), P – множество правил подстановки, n – количество операций частичного вывода, $M_{MS} = M_L \cup \{f, z, \mathrm{y}, +, -\} \cup M_1$, M_1 включает цепочки из символов $\{f, z, \mathrm{y}, +, -\}$, $\Sigma_{MS} = \Xi_{MS} = \{\circ\}$, $\circ$ – операция конкатенации, $\Lambda_{MS} = \Lambda_L \cup \Lambda_2$, Онтологическая составляющая Λ_2 включает приведенные выше обозначения и их семантику, а также следующие положения:

- *цель конструирования* – формирование мультисимвольной цепочки фрактальной структуры;
- *правила подстановки* задаются параметром P;
- *ограничения* – операции над атрибутами отсутствуют, правила подстановки содержат единственное отношение подстановки;
- *начальные условия* – аксиома задается параметром B;
- *условие завершения* – выполнение n операций частичного вывода.

В результате **интерпретации** формируем конструктивную систему как совокупность двух моделей: конструктора и внутреннего исполнителя (последняя в виде конструктора алгоритмов, которые способен выполнить исполнитель)

$$\begin{gathered}\left\langle C_{MS}(\mathrm{B},\mathrm{P},\mathrm{n}) = \left\langle M_{MS}, \Sigma_{MS}, \Lambda_{MS} \right\rangle, C_A = \left\langle M_A, \Sigma_A, \Lambda_A \right\rangle \right\rangle_I \mapsto \\ C_{A,MS}(\mathrm{B},\mathrm{P},\mathrm{n}) = \left\langle M_{A,MS}, \Sigma_{A,MS}, \Lambda_{A,MS} \right\rangle,\end{gathered} \tag{6}$$

где C_A – модель исполнителя в виде конструктора, который способен выполнять базовые и сконструированные алгоритмы; M_A – множество базовых $\{A_1^0 |_{A_i,A_j}^{A_i \cdot A_j}, A_2^0 |_{Z_1,Z_2,A_i}^{:A_i}, A_3^0 |_{l_i,l_j}^{l_i \circ l_j}\} \subset \mathrm{M}_A$ и сконструированных $\{A_4 |_{l_h,l_q,l_i}^{l_j}$, $A_5 |_{l_i,\Psi}^{l_j}, A_6 |_{l_i,\Psi}^{l_j}\} \subset \Omega(C_A)$ алгоритмов; $\Sigma_A = \{\cdot,:\}$ включает сигнатуру операций последовательного и условного выполнения алгоритмов; ИО Λ_A приведено в [Shynkarenko, 2009], $M_{A,MS} = \left\langle M_{MS}, M_A \right\rangle$, $\Sigma_{A,MS} = \left\langle \Sigma_{MS}, \Sigma_A \right\rangle$, $\Lambda_{A,MS} = \Lambda_{MS} \cup \Lambda_A \cup \Lambda_3$.

Алгоритмы M_A:

- выполнения операции композиции алгоритмов $A_1^0 |_{A_i,A_j}^{A_i \cdot A_j}$ ($A |_X^Y$ – алгоритм над данными из входного множества X со значениями из множества Y, A^0 – образующий алгоритм), $A_i, A_j \in \Omega(C_{A,MS})$, $A_i \cdot A_j$ – последовательное выполнение алгоритма A_j после алгоритма A_i;

– условного выполнения $A_2^0 \mid_{Z_1,Z_2,A_i}^{:A_i}$, который заключается в выполнении алгоритма A_i при условии $Z_1 \supseteq Z_2$;

– конкатенации цепочек символов $A_3^0 \mid_{l_i,l_j}^{l_i \circ l_j}$, $l_i, l_j \in M_{MS}$,;

– выполнения операции подстановки $\{A_4 \mid_{l_h,l_q,l_i}^{l_j}$, , l_i, l_j, $l_h, l_q \in M_{MS}$, l_i, l_j – текущая форма, в которой выполняется операция подстановки до и после ее выполнения, l_h, l_q – цепочки в левой и правой части отношения подстановки, согласно которому выполняется;

– выполнения операций частичного и полного вывода $A_5 \mid_{l_i,\Psi}^{l_j}$, $A_6 \mid_{l_i,\Psi}^{l_j}$, $\Psi \subset \Lambda_{MS}$ – множество правил подстановки.

ИОК Λ_A включает приведенные выше определения, обозначения и их семантику

$$\begin{aligned}\Lambda_3 = \{&(A_1^0 \mid_{A_i,A_j}^{A_i \cdot A_j} \hookleftarrow \cdot),\ (A_2^0 \mid_{Z_1,Z_2,A_i}^{:A_i} \hookleftarrow :),\ (A_3^0 \mid_{l_i,l_j}^{l_i \circ l_j} \hookleftarrow \circ); (A_4 \mid_{l_h,l_q,l_i}^{l_j} \hookleftarrow \Rightarrow);\\ &(A_5 \mid_{l_i,\Psi}^{l_j} \hookleftarrow \mid\Rightarrow); (A_6 \mid_{l_i,\Psi}^{l_j} \hookleftarrow \|\Rightarrow)\}.\end{aligned} \tag{7}$$

Выполним завершающую конкретизацию и реализацию двух конструкторов семейства: мультисимвольных дракона Хартера – Хейтуэя и снежинки Коха [Кроновер, 2000].

Реализация мультисимвольного дракона Хартера – Хейтуэя

$$\left\langle C_{MS}(fz, \{\mathrm{y} \to -\mathrm{fz}-\mathrm{y};\ \mathrm{z} \to \mathrm{z}+ y\,\mathrm{f}+\}, 7), C_A \right\rangle {}_R\!\mapsto \Omega_1(C_{MS}) \tag{8}$$

заключается в параллельном выполнении подстановок:

– начальное состояние $(n = 0)$ текущей формы

$$fz;$$

– в результате первой операции частичного вывода $(n=1)$ получаем

$$fz+yf+;$$

– при $n=2$ имеем

$$fz+yf++-fz-yf+;$$

– при $n=3$ имеем

$$fz+yf++-fz-yf++-fz+yf+--fz-yf+ \text{ и так далее.}$$

В результате реализации получаем мультисимвольную конструкцию $\Omega_1(C_{MS})$, которая обладает свойством самоподобия, что наглядно представлено процедурой её формирования.

Реализацию мультисимвольной снежинки Коха выполним таким же образом

$$\langle C_{MS}(f++f++f,\{f\to f-f++f-f\},4),C_A\rangle_R \mapsto \Omega_2(C_{MS}). \quad (9)$$

Семейство параметрических конструкторов-преобразователей

Семейство параметрических конструкторов-преобразователей из конструкции в виде цепочки символов в конструкцию в виде изображения геометрического фрактала

$$C_L=\langle M_L,\Sigma_L,\Lambda_L\rangle_K \mapsto C_{GF}(\Omega_i(\mathrm{C}_{MS}),M_x,\mathrm{d}M_x,\mathrm{D}_x,\alpha,\mathrm{m})=\langle M_{GF},\Sigma_{GF},\Lambda_{GF}\rangle, \quad (10)$$

где $\Omega_i(\mathrm{C}_{MS})$ – цепочки символов, полученные в результате реализации конструктора C_{MS}; M_x – начальная длина отрезка, $\mathrm{d}M_x$ – приращение длины отрезка (%), D_x – дисперсия длины отрезка, α – угол, m – количество формируемых геометрических фигур, M_{GF} – включает множество терминалов T (всех возможных ломаных на плоскости и символов $\{f,z,\mathrm{y},+,-\}$), нетерминалов $N=\{A\}$, правил подстановки, $\Sigma_{GF}=\Xi_{GF}\cup\Phi_{GF}$, $\Xi_{GF}=\{\circ,f\}$, $\Phi_{GF}=\{*,\wedge,+,-,\times,:\}$, $\Lambda_{GF}=\Lambda_L\cup\Lambda_4$.

Обозначим отрезок ломаной ν с атрибутами $i\lrcorner\nu$ – порядковый номер при формировании ломаной, $X_i\lrcorner\nu, Y_i\lrcorner\nu$ – координаты начала, $l\lrcorner\nu$ – длина, $\beta\lrcorner\nu$ угол наклона.

Введем операции над атрибутами:

- сложения, вычитания, умножения и деления соответственно $+(c,a,b)$, $-(c,a,b)$, $\times(c,a,b)$ и $:(c,a,b)$ с операндами a, b и результатом c;
- вычисления конца текущего отрезка (и начала следующего) $*(\mathrm{t}M_x,\beta,X_i,Y_i,X_{i+1},Y_{i+1})$ с начальными координатами X_i,Y_i, длине $\mathrm{t}M_x$ и углом наклона β;
- генерация случайного, нормально распределенного числа $\wedge(c,a,b)$ с математическим ожиданием a и дисперсией b.

ИОК Λ_4 включает приведенные выше определения, обозначения и их семантику, а также следующие положения:

- *онтология* дополняется известными понятиями «плоскость», «отрезок», «вещественное число», «координаты», «угол», и другими, позволяющими оперировать как с линейными геометрическими фигурами, так и с вещественными числами;
- *цель конструирования* – формирование линейного геометрического фрактала на плоскости;
- *правила подстановки*:

$$
\begin{aligned}
&\{\langle\langle A \to fA,\ A \to \nu A\rangle,\langle *(\mathrm{t}M_x,\beta,X_i,Y_i,X_{i+1},Y_{i+1}),=(i,i,1)\rangle\rangle,\\
&\langle\langle A \to zA\rangle,\langle\varepsilon\rangle\rangle,\\
&\langle\langle A \to yA\rangle,\langle\varepsilon\rangle\rangle,\\
&\langle\langle A \to +A\rangle,\langle\times(\mathrm{qM},M_x,dM_x),:(\mathrm{qM},\mathrm{qM},100),+(\mathrm{t}M_x,\mathrm{t}M_x,qM),\wedge(l,\mathrm{t}M_x,D_x),+(\beta,\beta,\alpha)\rangle\rangle,\\
&\langle\langle A \to -A\rangle,\langle\times(\mathrm{qM},M_x,dM_x),:(\mathrm{qM},\mathrm{qM},100),-(\mathrm{t}M_x,\mathrm{t}M_x,qM),\wedge(l,\mathrm{t}M_x,D_x),-(\beta,\beta,\alpha)\rangle\rangle,\\
&\langle\langle A \to \varepsilon\rangle,\langle\varepsilon\rangle\rangle\};
\end{aligned}
$$

– *ограничения* – правило $\langle A \to \varepsilon, \langle \varepsilon \rangle \rangle$ выполняется, если неприменимы все остальные;

– *начальные условия* – цепочка $\Omega_i(\mathrm{C}_{MS})$; начальная точка $X_0 = 0, Y_0 = 0$; начальный угол $\beta = 0$, начальный номер точки $i = 0$, текущая длина отрезка $\mathrm{t}M_x = M_x$;

– *условие завершения* – выполнение правила $\langle A \to \varepsilon, \langle \varepsilon \rangle \rangle$.

Определим конструктивную систему, интерпретировав C_{GF}:

$$\begin{gathered}\langle C_{GF}(\Omega_i(\mathrm{C}_{MS}), M_x, \mathrm{d}M_x, \mathrm{D}_x, \alpha, \mathrm{m}) = \langle M_{GF}, \Sigma_{GF}, \Lambda_{GF} \rangle, C_B = \langle M_B, \Sigma_B, \Lambda_B \rangle \rangle \;_{I}\!\mapsto \\ C_{B,GF}(\Omega_i(\mathrm{C}_{MS}), M_x, \mathrm{d}M_x, \mathrm{D}_x, \alpha, \mathrm{m}) = \langle M_{B,GF}, \Sigma_{B,GF}, \Lambda_{B,GF} \rangle,\end{gathered} \tag{11}$$

где C_B – конструктор, расширяющий возможности C_A наличием сформированных алгоритмов $\{A_7 |_{a,b}^{c}, A_8 |_{a,b}^{c}\ A_9 |_{\mathrm{t}M_x,\beta,X_i,Y_i}^{X_{i+1},Y_{i+1}}, A_{10} |_{dM_x,D_x}^{\mathrm{qM}}\} \subset \Omega(C_B)$, $M_B \supset M_A$, $M_{B,GF} = \langle M_{GF}, M_B \rangle$, $\Sigma_B = \Sigma_A,\ \Sigma_{B,GF} = \langle \Sigma_{GF}, \Sigma_B \rangle$, $\Lambda_B = \Lambda_A,\ \Lambda_{B,GF} = \Lambda_{GF} \cup \Lambda_B \cup \Lambda_5$

ИОК Λ_5 включает приведенные выше обозначения и их семантику, а также определение атрибутики операций (алгоритмов их реализующих):

$$\begin{gathered}\Lambda_5 = \{(A_7 |_{a,b}^{c} \hookleftarrow +), (A_8 |_{a,b}^{c} \hookleftarrow -), (A_9 |_{a,b}^{c} \hookleftarrow \times), (A_{10} |_{a,b}^{c} \hookleftarrow :), \\ (A_{11} |_{\mathrm{l},\beta,X_i,Y_i}^{X_{i+1},Y_{i+1}} \hookleftarrow *), (A_{12} |_{dM_x,D_x}^{\mathrm{qM}} \hookleftarrow \wedge), (A_{13} |_{\mathrm{l},\beta,X_i,Y_i}^{\nu} \hookleftarrow f)\}.\end{gathered} \tag{12}$$

В дальнейшем выполняется конкретизация путем задания значений параметров в конструктивной системе и соответствующая реализация.

Рассмотрим их на примерах.

Детерминированный фрактал «снежинка Коха», представленный на рис. 1, является реализацией одного из семейства параметрических конструкторов с параметрами $M_x = 1,\ dM_x = 0,\ D_x = 0,\ \alpha = 60^o,\ m = 1$ $\langle C_{GF}(\Omega_2, 1, 0, 0, 60, 1), C_B \rangle \;_{R}\!\mapsto \Omega_3$.

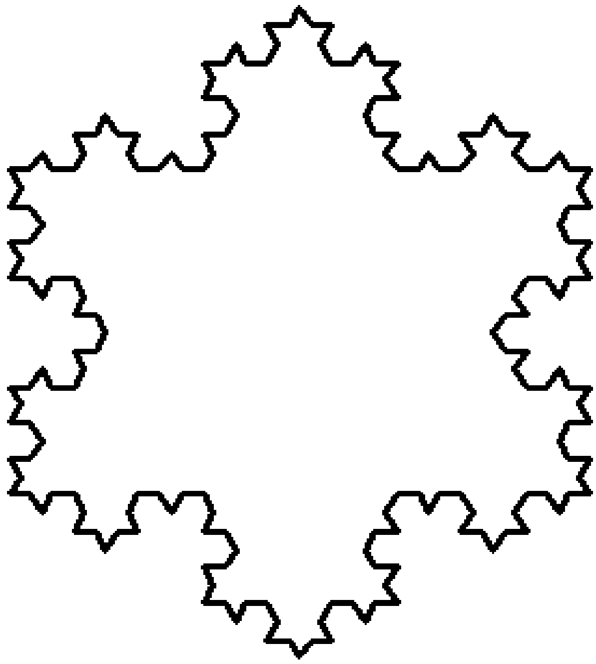


Рис. 1. Реализация конструктора Ω_3 детерминированного фрактала «снежинка Коха»

Один из 20 стохастических вариантов этого фрактала, реализованных конструктором $\left\langle C_{GF}(\Omega_2, 1, 50, 50, 60, 20), C_B \right\rangle_R \mapsto \Omega_4$, представлен на рис. 2.

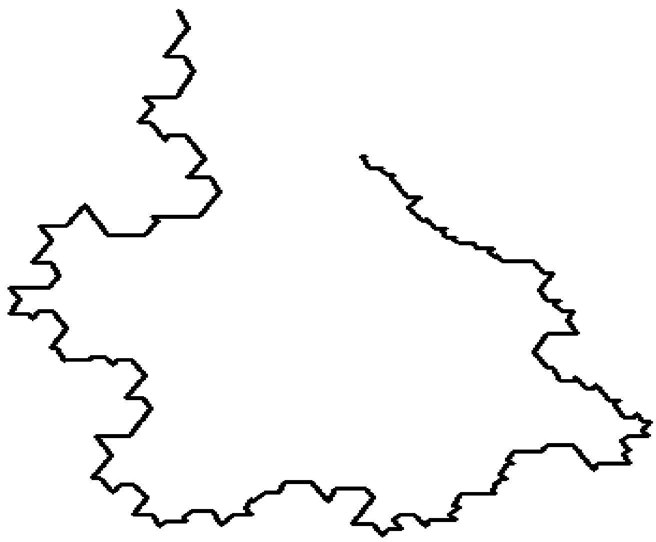


Рис. 2. Реализация конструктора Ω_4 стохастического фрактала «снежинка Коха»

Детерминированный фрактал «дракон Хартера – Хейтуэя», представленный на рис. 3, является реализацией конструктора $\left\langle C_{GF}(\Omega_1, 1, 0, 0, 90, 1), C_B \right\rangle_R \mapsto \Omega_5$.

Один из 20 стохастических вариантов этого фрактала, реализованных конструктором $\left\langle C_{GF}(\Omega_1, 1, 50, 50, 90, 20), C_B \right\rangle_R \mapsto \Omega_6$, представлен на рис. 4.

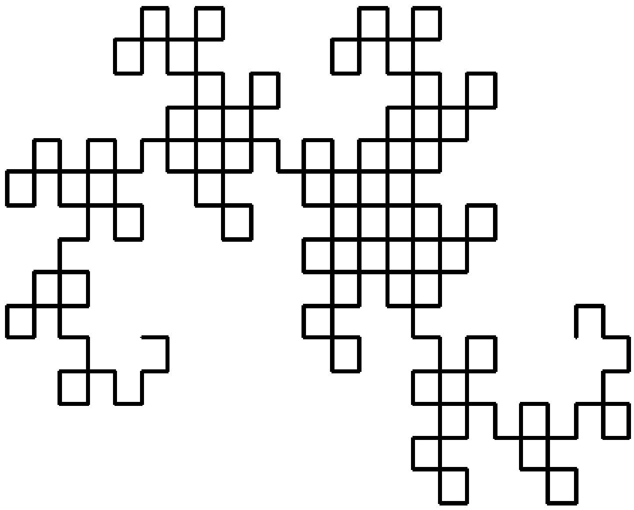


Рис. 3. Реализация конструктора Ω_5 детерминированного фрактала «дракон Хартера – Хейтуэя»

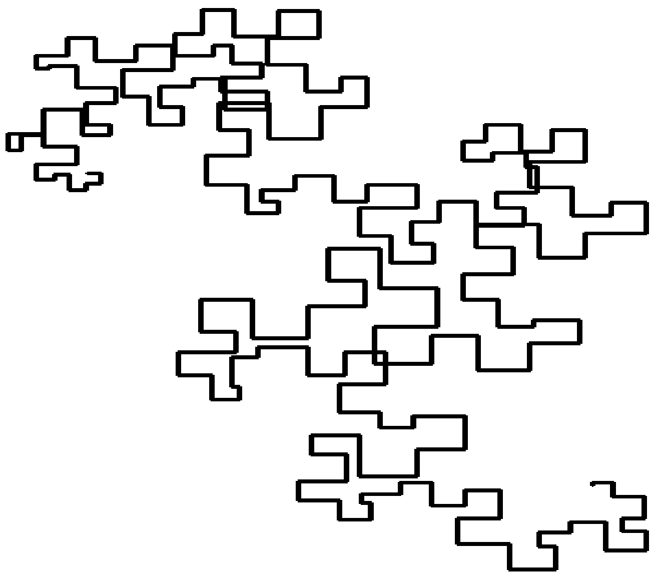


Рис. 4. Реализация конструктора Ω_4 стохастического фрактала «дракон Хартера – Хейтуэя»

Таким образом, конструктивно-продукционный подход к задачам моделирования позволяет формировать линейные геометрические фракталы путем преобразований двух параметрических семейств конструкторов:

$$C_{\ S} \mapsto C_{L\ K} \mapsto \begin{cases} C_{MS}(\mathrm{B,P,n}),\ C_{A\ \ I} \mapsto C_{A,MS\ \ R} \mapsto \Omega_i(C_{MS}) \\ C_{GF}(\Omega_i(\mathrm{C}_{MS}), M_x, \mathrm{d}M_x, \mathrm{D}_x, \alpha, \mathrm{m})_{\ I} \mapsto C_{B,GF\ \ R} \mapsto \Omega_i(C_{GF}). \end{cases} \quad (13)$$

Компьютерная программа

Разработанный программный инструментарий на языке программирования Python 2.7 в полной мере реализует возможности представленных моделей. На рис. 5. представлен скриншот главного окна программы.

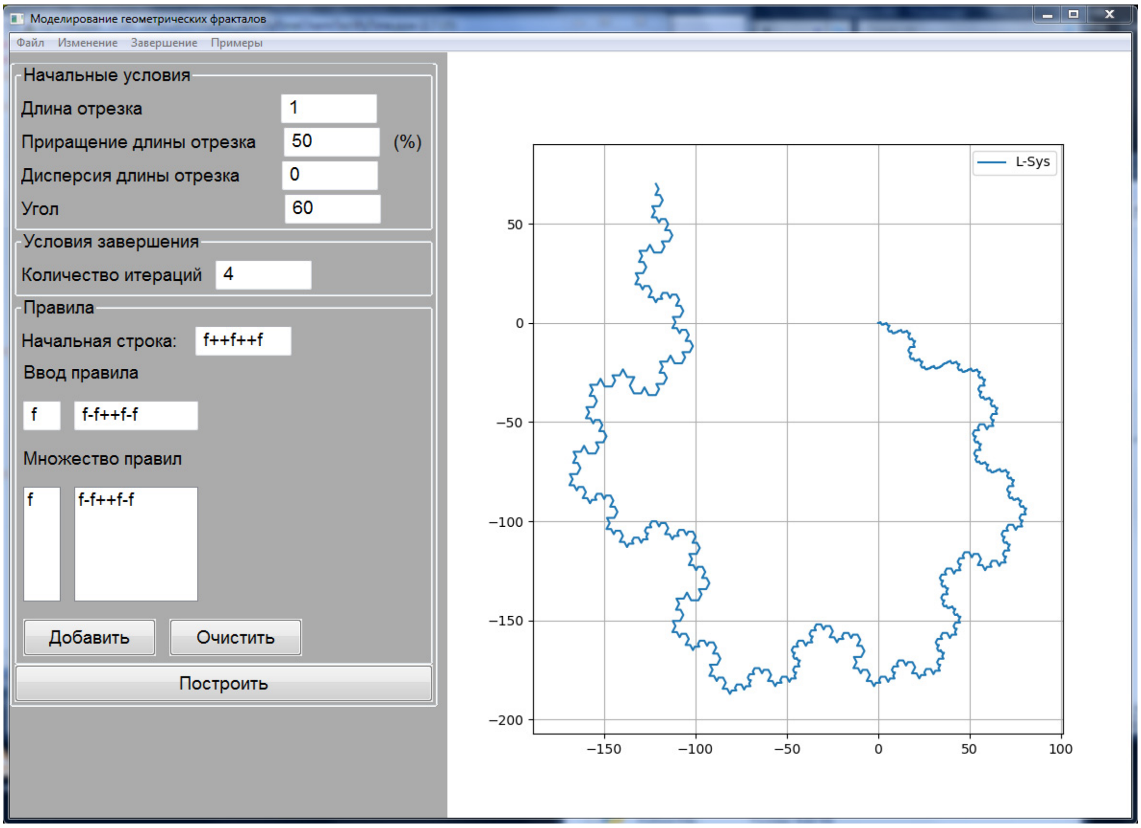


Рис .5. Скриншот главного окна программы моделирования линейных геометрических фракталов

Варьируя количеством и содержанием правил подстановки, количеством итераций (параметрами системы конструкторов $C_{A,MS}$), значениями и изменениями длины отрезков, углом поворота (параметрами системы конструкторов $C_{B,GF}$), исследователь получает широкие возможности моделирования линейных плоских геометрических фракталов.

Предусмотрена возможность формирования известных фракталов: «Снежинка Коха», «Кривая Коха», «Кривая Серпинского», «Дракон Хартера – Хейтвея», «Ледяной узор», «Фрактальные треугольники», воспользовавшись меню «Примеры».

Результаты

Разработано семейство параметрических конструкторов формирования мультисимвольных фракталов и связанное с ним семейство параметрических конструкторов-преобразователей мультисимвольных в линейные плоские геометрические фракталы. Оба семейства базируются на идеях L-систем.

Процесс формирования фракталов с различной элементной базой построен таким образом, что на основе разбора (анализа) одних из них формируются другие. Явным образом устанавливается связь между ними.

Авторами разработана программа, реализующая представленные в данной работе семейства параметрических конструкторов.

Заключение

В работе получил дальнейшее развитие конструктивно-продукционный подход формализации конструкций и конструктивных процессов, допускающих их определение и моделирование. Представленный в статье подход к моделированию процессов на основе обобщенного конструктора позволяет эффективно и просто строить детерминированные и стохастические линейные геометрические фракталы на базе продукционных L – систем.

Предложенная вариативность на основе семейства параметрических конструкторов позволяет формализовать взаимнооднозначное соответствие между конструкциями и различной природы, что открывает новые возможности их изучения.

Разработанный формализм, в совокупности с другими работами по конструктивно-продукционному моделированию, позволяет создавать более универсальные программные средства конструирования и оптимизации конструкций и конструктивных процессов различной природы.

Дальнейшая работа

Ведется работа по установлению соответствия между мультисимвольными, геометрическими фракталами и фрактальными временными рядами и расширением возможностей программных средств.

Благодарности

Статья публикуется с частичной поддержкой ITHEA ISS (www.ithea.org) и ADUIS (www.aduis.com.ua).

The paper is published with partial support by the ITHEA ISS (www.ithea.org) and the ADUIS (www.aduis.com.ua).

Литература

[Camps-Raga, 2010] Camps-Raga B., Islam N. E.Optimized simulation algorithms for fractal simulation and analysis. Progress In Electromagnetics Research M. Vol. 11, 2010. - P. 225 -240.

[Chiu, 2006] Chiu W.K., Yeung, Y.C., Yu, K.M. Toolpath generation for layer manufacturing of fractal objects. Rapid Prototyping Journal. Vol. 12, № 4, 2006. P. 214 – 221.

[Lindenmayer, 1968] Lindenmayer A. Mathematical models for cellular interaction in development. Parts I and II. Journal of Theoretical Biology. V. 18, 1968. P. 280 - 315.

[Kravchenko, 2017] Kravchenko G. Modeling the External Structure of a Fractals. IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science, 2017, doi.10.1088/1755-1315/90/1/012100.

[Mandelbrot, 1982] Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature. San Francisco, 1982. 462 p.

[Peitgen, 2004] Peitgen H.- O., Jurgens H., Saupe D. Chaos and Fractals. N.Y.: Springer, 2004, 864 p.

[Shynkarenko, 2009] Shynkarenko V.I., Ilman V.M., Skalozub V.V. Structural models of algorithms in problems of applied programming. I. Formal algorithmic structures. Cybernetics and Systems Analysis, Vol. 45, No 3. Springer, 2009. pp 329-339. ISSN: 1060-0396 (Print) 1573-8337 (Online), doi: org/10.1007/s10559-009-9118-0 https://link.springer.com/article/10.1007/s10559-009-9118-0

[Shynkarenko, 2014] Shynkarenko V.I., Ilman V.M. Constructive-Synthesizing Structures and Their Grammatical Interpretations. Part I. Generalized Formal Constructive-Synthesizing Structure. Cybernetics and Systems Analysis, Vol. 50, No 5. Springer, 2014. P. 665 – 662. Part II. Refining Transformations. – Vol. 50, No 6, 2014. P. 829 – 841. ISSN: 1060-0396 (Print) 1573-8337 (Online), doi: 10.1007/s10559-014-9655-z, https://link.springer.com/article/10.1007/s10559-014-9655-z, doi: 10.1007/s10559-014-9674-9, https://link.springer.com/article/10.1007/s10559-014-9674-9

[Shynkarenko, 2015] Shynkarenko V.I., VasetskaT.M. Modeling the Adaptation of Compression Algorithms by Means of Constructive-Synthesizing Structures. Cybernetics and Systems Analysis, Vol. 51, No 6. Springer, 2015. P. 849-861. doi: 10.1007/s10559-015-9778-x https://link.springer.com/article/10.1007/s10559-015-9778-x

[Zhou, 1995] Zhou Jack G.; Leu M. C.; Blackmore D.: Fractal Geometry Modeling with Applications in Surface Characterization and Wear Prediction. / International Journal of Machine Tools & Manufacture. Vol. 35, No. 2, 1995. P. 203-209.

[Zhou, 2010] Zhou J., Vas A., Blackmore D. Fractal geometry surface modeling and measurement for musical cymbal surface texture design and rapid manufacturing. – Режим доступа: https://www.researchgate.net/publication/250330003.

[Безносюк, 2002] Безносюк С.А., Лерх Я.В., Жуковская Т.М. Компьютерное моделирование самоорганизации фрактальных кластерных нанодендритов. Ползуновский вестник, 2002. С. 160 - 166.

[Божокин, 2001] Божокин С.В., Паршин Д.А. Фракталы и мультифракталы. М., Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2001. 128 с.

[Кравченко,2016] Кравченко Г.М., Васильев С.Э., Пуданова Л.И. Моделирование фракталов. Инженерный вестник Дона. №4, 2016. - Режим доступа: https://www ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2016/3930.

[Кроновер, 2000] Кроновер Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. М.: Постмаркет, 2000. 352 с.

[Помулев, 2002] Помулев В.В., Михалев А. И., Бондаренко Я. С., Деревянко А. И Моделирование и фрактальная параметризация дендритов нейронов. Адаптивные системы автоматического управления, №5(25), 2002. С. 160 - 166. ISSN 1560-8956

[Слюсар, 2007] Слюсар В. Фрактальные антены – принципиально новый тип ломаных антенн. Электроника: Наука, Технология, Бизнес. № 5, 2007. С.78 - 83. - Режим доступа: https://www.elektronics.ru/files/article_pdf/0/article_611_312.pdf.

[Федер,1991] Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991. 262 с.

[Шелухин, 2008] Шелухин О.И., Осин А.В., Смольский С.М. Самоподобие и фракталы. Телекомуникационные приложения. М. Физматлит, 2008. 365 с.

[Шелухин, 2011] Шелухин О.И. Мультфракталы. Инфокоммуникационные приложения. М. Горячая линия – Телеком, 2011. 576 с.

[Шинкаренко и Васецкая, 2016] Шинкаренко В. И., Васецкая Т. Н. Моделирование процесса ранжирования альтернатив методом анализа иерархий средствами конструктивно-продукционных структур. Математические машины и системы. № 1, 2016. С. 39-47. ISSN 1028-9763

[Шинкаренко и Забула, 2016] Шинкаренко В. И., Забула Г. В. Конструктивная модель адаптации структур данных в оперативной памяти. ЧАСТЬ I. Конструирование текстов программ. Наука и прогресс транспорта. № 1 (61), 2016. С. 109-121.; ЧАСТЬ II. Конструкторы сценариев и процессов адаптации. № 2 (62), 2016. С. 88-97. ISSN 2307-6666

[Шинкаренко и Куропятник, 2016] Шинкаренко В. И., Куропятник Е. С. Конструктивно-продукционная модель графового представления текста. Проблемы программирования. № 2-3, 2016. С. 63-72. ISSN 1727- 4907, http://dspace.nbuv.gov.ua/bitstream/handle/123456789/126391/07-Shinkarenko.pdf?sequence=1

Информация об авторах

Виктор Шинкаренко *– д.т.н., профессор, зав. кафедрой «Компьютерные информационные технологии» Днепровского национального университета железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна; ул. Лазаряна, 2, 49010, Днепр, Украина;*

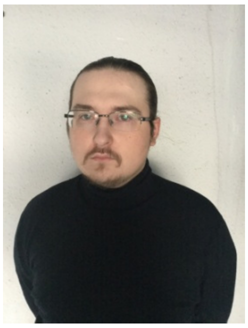
e-mail*: shinkarenko_vi@ua.fm*

Основные области научных исследований*: конструктивно-продукционное моделирование, качество программного обеспечения, искусственный интеллект.*

Константин Литвиненко *– к.т.н., доцент кафедры «Компьютерные информационные технологии» Днепровского национального университета железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна; ул. Лазаряна, 2, 49010, Днепр, Украина;*

e-mail*: kosta11111973@gmail.com*

Основные области научных исследований*: конструктивно-продукционное моделирование, симметрия в задачах оптимизации, моделирование рисков сложных систем*



Роберт Чигирь *– студент Днепровского национального университета железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна; ул. Лазаряна, 2, 49010, Днепр, Украина;*

e-mail*: kosta11111973@gmail.com*

Основные области научных исследований*: геометрические фракталы, фрактальные временные ряды*

Constructive compliance of multicharacter and linear geometric fractals

Viktor Shynkarenko, Kostiantyn Lytvynenko, Robert Chyhir

Abstract: *The paradigm of a constructive conception of the surrounding world is based on the thesis that the whole world consists of constructions and constructive processes. Certain constructions are transformed into others by means of constructive processes. There may be an explicit or implicit compliance between constructions of different nature. In this paper, the constructive-synthesizing approach to fractal modeling allows us to set up a correspondence between multicharacter and linear flat geometric determined and stochastic fractals. This expands the possibilities of constructing the latter in order to study their properties, as well as our ability to model real-world objects. Means of constructive-synthesizing modeling developed into the form of a family of parametric designers that allows to vary the capabilities of designers solidly.*

Keywords: *constructive-synthesizing modelling, designer, fractal, stochastic fractals, L-system, specialization, interpretation, specification, implementation.*